Contrôle commun de Mathématiques

Classes de Quatrième – Année scolaire 2007-2008

Mardi 13 mai 2008

La calculatrice n'est pas autorisée.

Le soin et la présentation de la copie seront pris en compte dans la note finale (2 points).
Le barème est donné à titre indicatif et est susceptible d'être modifié.

CORRIGE

Géométrie (18 points)

<u>Exercice 1</u> : 4 points

Comme $1 < \frac{12}{5} < \frac{13}{5}$, le plus long côté est le côté [RS].

On va donc comparer : RS^2, d'une part et , $AR^2 + SA^2$, d'autre part.

On a :

$$RS^2 = \left(\frac{13}{5}\right)^2 = \frac{13^2}{5^2} = \frac{169}{25} \text{ et } AR^2 + SA^2 = 1^2 + \left(\frac{12}{5}\right)^2 = 1 + \frac{12^2}{5^2} = 1 + \frac{144}{25} = \frac{25+144}{25} = \frac{169}{25}$$

On constate que l'on a : $RS^2 = AR^2 + SA^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore , on en déduit :

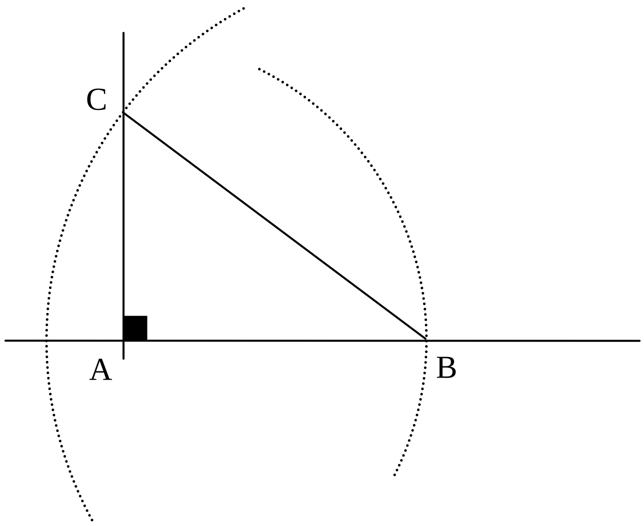
Le triangle RAS est rectangle en A.

<u>Exercice 2</u> : 7 points

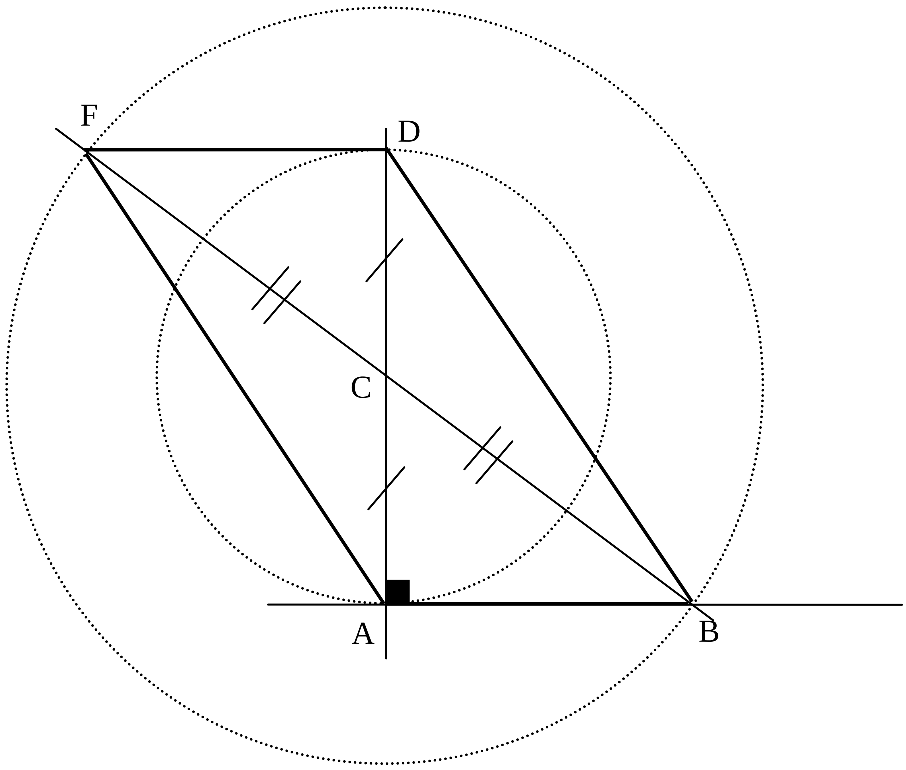
1) Voir la figure page suivante (traits de construction laissés apparents).

2) Données : ABC triangle rectangle en A, $AB = 4$ et $BC = 5$.
D'après le théorème de Pythagore, on a : $AB^2 + AC^2 = BC^2$.
D'où : $4^2 + AC^2 = 5^2$.
On en tire : $AC^2 = 5^2 - 4^2$, soit $AC^2 = 25 - 16 = 9$.
Alors : $AC = \sqrt{9} = 3$

La longueur AC est égale à 3.



1) On obtient la nouvelle figure suivante :

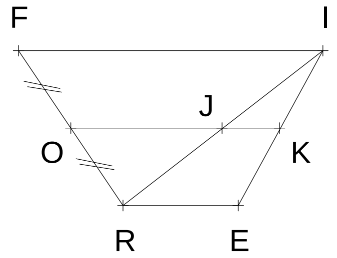


Données : D et F symétriques respectifs de A et B par rapport à C.
Par définition de la symétrie centrale, on en tire que C est le milieu des segments [AD] et [BF].

Données : C est le milieu des diagonales [AD] et [BF] du quadrilatère ABDF.
Propriétés : si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.
On en tire que ABDF est un parallélogramme.

ABDF est un parallélogramme.

Exercice 3 : **7 points**



Les droites (FI), (OK) et (RE) sont parallèles.
Le point O est le milieu du côté [FR].
Les droites (RI) et (OK) sont sécantes en J.

1) Données : J est un point de la droite (OK), la droite (OK) et parallèle à la droite (FI).
On en tire que les droites (OJ) et (FI) sont parallèles.

Données : le triangle RFI, O milieu de [FR], (OJ) parallèle à (FI) et J point de (RI).
Théorème : si, dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté en étant parallèle à un second côté alors elle coupe le troisième côté en son milieu.
Conclusion : J est le milieu de [RI].

J est le milieu de [RI].

2) Données : le triangle RFI, O milieu de [FR], J milieu de [RI], $FI = 7$.
Théorème : la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés d'un triangle est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.
Conclusion : $OJ = \frac{FI}{2}$, soit : $OJ = \frac{7}{2}$.

En procédant de façon analogue à ce qui a été fait à la première question, on montre que K est le milieu de [IE].

Données : triangle IRE, J milieu de [RI], K milieu de [IE], $RE = 5$.
Théorème : la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés d'un triangle est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.
Conclusion : $JK = \frac{RE}{2}$, soit : $JK = \frac{5}{2}$.

Données : $OJ = \frac{7}{2}$, $JK = \frac{5}{2}$ et J point de [OK].

D'où : $OK = OJ + JK$. Soit : $OK = \frac{7}{2} + \frac{5}{2} = \frac{12}{2} = 6$.

La longueur OK est égale à 6.

Remarque : la figure permet en fait de démontrer un résultat général : dans un trapèze, la longueur du segment joignant les milieux des deux côtés latéraux est égale à la moyenne des longueurs des bases. On dispose ainsi d'une méthode géométrique de construction de la moyenne de deux nombres …

Calcul (20 points)

<u>Exercice 4</u> : 3,5 points

Développer, réduire et ordonner.

$$\begin{aligned} A &= (4x+6)(7x-1) \\ &= 4x\times 7x + 4x\times(-1) + 6\times 7x + 6\times(-1) \\ &= 28x^2 - 4x + 42x - 6 \\ &= \boxed{28x^2 + 38x - 6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (3x-7)(6x-2) \\ &= 3x\times 6x + 3x\times(-2) + (-7)\times 6x + (-7)\times(-2) \\ &= 18x^2 - 6x - 42x + 14 \\ &= \boxed{18x^2 - 48x + 14} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= \left(\frac{3}{5}x+4\right)\left(\frac{5}{3}x-2\right) \\ &= \frac{3}{5}x\times\frac{5}{3}x + \frac{3}{5}x\times(-2) + 4\times\frac{5}{3}x + 4\times(-2) \\ &= x^2 + \frac{-6}{5}x + \frac{20}{3}x - 8 \\ &= x^2 + \left(\frac{-6}{5} + \frac{20}{3}\right)x - 8 \\ &= x^2 + \frac{-18+100}{5\times 3}x - 8 \\ &= \boxed{x^2 + \frac{82}{15}x - 8} \end{aligned}$$

<u>Exercice 5</u> : 3,5 points

Réduire et ordonner.

$$\begin{aligned} D &= 5x - 3 + (-2x+9) \\ &= 5x - 3 + (-2x) + 9 \\ &= 5x + (-2x) - 3 + 9 \\ &= \boxed{3x+6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= (12-3x) - (5x+7) \\ &= 12 - 3x - 5x - 7 \\ &= -3x - 5x + 12 - 7 \\ &= \boxed{-8x+5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= 10x - (4x-1) - (-6x-2) \\ &= 10x - 4x + 1 + 6x + 2 \\ &= 10x - 4x + 6x + 1 + 2 \\ &= \boxed{12x+3} \end{aligned}$$

Exercice 6 : 2 points

Calculer, en donnant une écriture décimale (G, H, J) ou fractionnaire (I).

$$G=(-3)^4=\boxed{81} \qquad H=2^{-3}=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8}=\boxed{0{,}125} \qquad I=\left(\frac{4}{3}\right)^3=\frac{4^3}{3^3}=\boxed{\frac{64}{27}}$$

$$J=10^{-6}=\frac{1}{10^6}=\frac{1}{1\ 000\ 000}=\boxed{0{,}000\ 001}$$

Exercice 7 : 4 points

Ecrire sous forme d'une puissance d'un seul nombre.

$$K=(-3)^6\times 7^6=\left((-3)\times 7\right)^6=\boxed{(-21)^6=21^6}$$

$$L=5^3\times 5^{-7}\times 5=5^3\times 5^{-7}\times 5^1=5^{3+(-7)+1}=\boxed{5^{-3}}$$

$$M=\frac{10^3}{10^{-9}}=10^{3-(-9)}=10^{3+9}=\boxed{10^{12}}$$

$$N=\frac{\left(3^4\right)^4}{3^{-2}}=\frac{3^{4\times 4}}{3^{-2}}=\frac{3^{16}}{3^{-2}}=3^{16-(-2)}=3^{16+2}=\boxed{3^{18}}$$

Exercice 8 : 4 points

Donner l'écriture scientifique des nombres suivants.

$$P=0{,}00000673=0{,}000\ 001\times 6{,}73=\boxed{6{,}73\times 10^{-6}}$$

$$Q=\frac{4\times 10^{-4}\times\left(10^2\right)^5\times 2}{5\times 10^3}=\frac{4\times 2\times 10^{-4}\times 10^{2\times 5}}{5\times 10^3}$$

$$=\frac{8\times 10^{-4}\times 10^{10}}{5\times 10^3}=\frac{8}{5}\times\frac{10^{-4+10}}{10^3}$$

$$=\frac{8}{5}\times\frac{10^6}{10^3}=\frac{8}{5}\times 10^{6-3}$$

$$=\boxed{\frac{8}{5}\times 10^3=1{,}6\times 10^3}$$

<u>Exercice 9</u> : 3 points

Calculer l'expression $R = 3x^2 - 4x + 5$ pour $x = -2$ puis pour $x = \frac{2}{3}$

$\boxed{\text{Pour } x = -2}$

$$\begin{aligned} R &= 3\times(-2)^2 - 4\times(-2) + 5 \\ &= 3\times 4 + 8 + 5 \\ &= 12 + 13 \\ &= \boxed{25} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{Pour } x = \frac{2}{3}}$

$$\begin{aligned} R &= 3\times\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 4\times\frac{2}{3} + 5 \\ &= 3\times\frac{4}{9} - \frac{8}{3} + 5 \\ &= \frac{3\times 4}{9} - \frac{8}{3} + 5 \\ &= \frac{4}{3} - \frac{8}{3} + 5 \\ &= \frac{-4}{3} + 5 \\ &= \boxed{\frac{11}{3}} \end{aligned}$$