COLLEGE FENELON SAINTE-MARIE

Classes de Quatrième – Année scolaire 2012-2013

Contrôle commun de Mathématiques

Jeudi 6 décembre 2012

La calculatrice n'est pas autorisée.

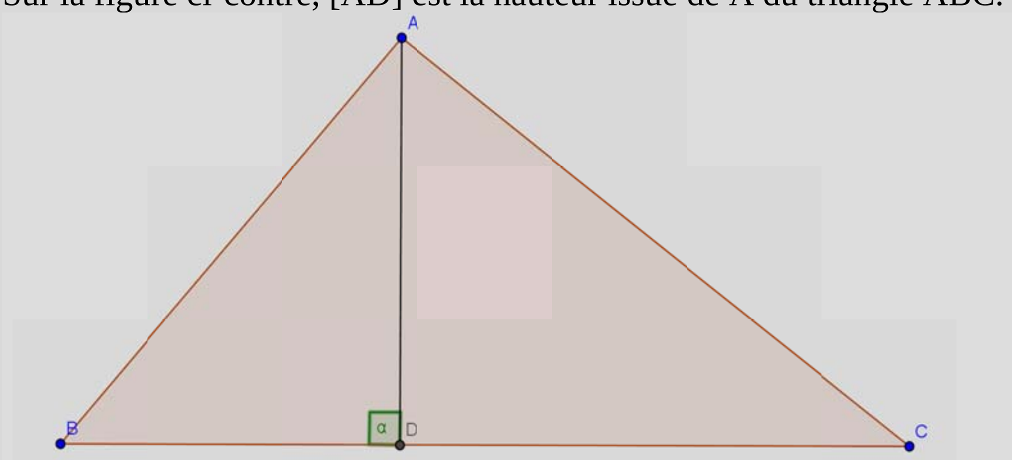
Le soin et la présentation de la copie seront pris en compte dans la note finale.

CORRIGE

Géométrie

Exercice 1

Sur la figure ci-contre, [AD] est la hauteur issue de A du triangle ABC.



On sait que AB = 25 cm ; AC = 26 cm et BD = 7 cm

On donne : $24^2 = 576$, $25^2 = 625$ et $26^2 = 676$

1) Calculer AD
2) Calculer CD
3) Calculer le périmètre du triangle ABC
4) Calculer l'aire du triangle ABC

1) <u>Données</u>

Comme [AD] est la hauteur issue du sommet A du triangle ABC, le triangle ABD est rectangle en D.
AB = 25 cm et BD = 7 cm

<u>Propriété</u> : théorème de Pythagore : dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

<u>Conclusion</u>

$AB^2 = AD^2 + BD^2$ soit $25^2 = AD^2 + 7^2$, d'où : $AD^2 = 25^2 - 7^2 = 625 - 49 = 576$.
Comme AD est une longueur, on a : $AD = \sqrt{576}$.
D'après l'énoncé, $24^2 = 576$ donc $AD = 24$.

AD mesure 24 cm.

2) <u>Données</u>

Comme [AD] est la hauteur issue du sommet A du triangle ABC, le triangle ACD est rectangle en D.
AC = 26 cm et AD = 24 cm

<u>Propriété</u> : théorème de Pythagore.

<u>Conclusion</u>

$AC^2 = AD^2 + CD^2$ soit $26^2 = 24^2 + CD^2$, d'où : $CD^2 = 26^2 - 24^2 = 676 - 576 = 100$.
Comme CD est une longueur, on a : $CD = \sqrt{100} = 10$.

CD mesure 10 cm.

3) Le périmètre du triangle ABC est donné par : $AB + BC + CA$.
Comme D est un point du segment [BC], on a : $BC = BD + DC$
Le périmètre est donc donné par : $AB + BD + DC + CA$
On a : AB = 25 cm, AC = 26 cm, BD = 7 cm et CD = 10 cm.
Donc : $AB + BD + DC + CA = 25 + 7 + 10 + 26 = 68$.

Le périmètre du triangle ABC vaut 68 cm.

4) L'aire du triangle ABC peut être calculée comme suit : $\frac{BC \times AD}{2}$.
Comme AD = 24 cm et $BC = BD + DC = 7 + 10 = 17$, on a :

$$\frac{BC \times AD}{2} = \frac{17 \times 24}{2} = 17 \times 12 = 204$$

L'aire du triangle ABC vaut 204 cm².

Exercice 2

On considère un triangle ERG tel que
ER= $\frac{1}{3}$ m ; EG = $\frac{1}{4}$ m et RG = $\frac{5}{12}$ m
Le triangle ERG est il rectangle ?

On a : $ER = \frac{1}{3} = \frac{4}{12}$, $EG = \frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ et $RG = \frac{5}{12}$.
Dans le triangle ERG, le côté $[RG]$ est donc le plus long côté.
On va donc comparer RG^2 et $ER^2 + EG^2$.
On a, d'une part : $RG^2 = \left(\frac{5}{12}\right)^2 = \frac{5}{12} \times \frac{5}{12} = \frac{5 \times 5}{12 \times 12} = \frac{25}{144}$.
D'autre part : $ER^2 + EG^2 = \left(\frac{4}{12}\right)^2 + \left(\frac{3}{12}\right)^2 = \frac{4}{12} \times \frac{4}{12} + \frac{3}{12} \times \frac{3}{12} = \frac{4 \times 4}{12 \times 12} + \frac{3 \times 3}{12 \times 12} = \frac{16+9}{144} = \frac{25}{144}$.
On a donc : $RG^2 = ER^2 + EG^2$.
On en déduit, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, que le triangle ERG est rectangle en E.

Calcul

Exercice 1

Calculer :

$$A = -22 - 2\times(13-15)\times(-5) \qquad B = -3{,}2\times(-6)+(-2{,}3-7{,}7)$$

$$C = \frac{21}{32}\times\frac{108}{49} \qquad D = \frac{5}{8}+\left(-\frac{3}{4}\right)\div\left(-\frac{9}{16}\right)$$

$$E = \frac{7}{5}+\frac{8/15}{2/3}-\frac{19}{2}$$

Exercice 2

On donne $a=\frac{1}{3}$, $b=\frac{-3}{5}$ et $c=-2$.

Calculer :

$$A=\frac{a}{b}-c \qquad B=\frac{a+b}{c} \qquad C=\frac{\frac{a}{b}}{c} \qquad D=a-\frac{b}{c} \qquad E=3a-5b-c^2$$

$$A=\frac{a}{b}-c=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{-3}{5}}-(-2)=\frac{1}{3}\times\frac{5}{-3}+2=\frac{-5}{9}+2=\frac{-5}{9}+\frac{18}{9}=\frac{-5+18}{9}=\boxed{\frac{13}{9}}$$

$$B=\frac{a+b}{c}=\frac{\frac{1}{3}+\frac{-3}{5}}{-2}=\frac{\frac{5}{15}+\frac{-9}{15}}{-2}=\frac{\frac{5+(-9)}{15}}{-2}=\frac{\frac{-4}{15}}{-2}=\frac{-4}{15}\times\frac{1}{-2}=\frac{\cancel{-2}\times 2}{15\times\cancel{(-2)}}=\boxed{\frac{2}{15}}$$

$$C=\frac{\frac{a}{b}}{c}=\frac{\frac{\frac{1}{3}}{\frac{-3}{5}}}{-2}=\frac{\frac{1}{3}\times\frac{5}{-3}}{-2}=\frac{\frac{1\times5}{3\times(-3)}}{-2}=\frac{\frac{5}{-9}}{-2}=\frac{5}{-9}\times\frac{1}{-2}=\frac{5\times1}{-9\times(-2)}=\boxed{\frac{5}{18}}$$

$$D=a-\frac{b}{c}=\frac{1}{3}-\frac{\frac{-3}{5}}{-2}=\frac{1}{3}-\frac{-3}{5}\times\frac{1}{-2}=\frac{1}{3}-\frac{-3\times1}{5\times(-2)}=\frac{1}{3}-\frac{-3}{-10}=\frac{1}{3}-\frac{3}{10}=\frac{10}{30}-\frac{9}{30}=\boxed{\frac{1}{30}}$$

$$E=3a-5b-c^2=3\times\frac{1}{3}-5\times\frac{-3}{5}-(-2)^2=1-(-3)-4=1+3+4=\boxed{8}$$

Exercice 3

Déterminer le signe, en justifiant rigoureusement, puis calculer astucieusement

$$F = 2\times(-1)\times 5\times(-5)\times 4$$
$$G = (-1)\times(-4)\times(-5)\times(-0,25)$$

Exercice 4

Elvis s'est connecté à Internet. Il a consacré $\frac{1}{3}$ de son temps de connexion à lire ses mails, $\frac{1}{10}$ à réviser des exercices de mathématiques et $\frac{1}{4}$ à écrire des mails. Le reste du temps, il a effectué une recherche sur la musique des années 50.
Quelle fraction de son temps de connexion Elvis a t'il consacré à sa recherche sur la musique ?

La fraction totale du temps de connexion consacrée par Elvis à lire ses mails, réviser des exercices de mathématiques et écrire des mails vaut : $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{10}$.
La fraction de son temps de connexion consacrée à la recherche sur la musique des années 50 vaut donc : $1-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{10}\right)$, c'est-à-dire :

$$1-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{10}\right)=1-\left(\frac{20}{60}+\frac{15}{60}+\frac{6}{10}\right)=1-\frac{20+15+6}{60}=1-\frac{41}{60}=\frac{60-41}{60}=\frac{19}{60}$$

Elvis a consacré $\frac{19}{60}$ de son temps de connexion
à sa recherche sur la musique des années 50.