CONTROLE DE MATHEMATIQUES : PUISSANCES **Vendredi 24 janvier 2003 - Sujet A**	
Nom et Prénom :	**Classe : 4ème**

Calculatrice autorisée.
2 points sont réservés à l'évaluation de la présentation.

EXERCICE N°1 (2 points)

Détermine, en le justifiant soigneusement, le signe des nombres suivants :

$A = 4^{-9}$ $\qquad B = -(-7)^{19}$ $\qquad C = -\dfrac{2^5 \times (-3)^2}{(-15)^{-3}}$

EXERCICE N°2 (2 points)

Ecrire en notation scientifique les nombres suivants :

$D = 1\ 748{,}195$ $\qquad E = 0{,}000\ 008\ 96$ $\qquad F = -2\ 222{,}22$ $\qquad G = -0{,}034\ 7$

EXERCICE N°3 (3 points)

Calcule les nombres suivants (donne le résultat en notation scientifique) :

$H = 6 \times 10^{-2} \times (-7) \times 10^{-7}$ $\qquad I = 2{,}5 \times 10^3 - 3{,}86 \times 10^2$ $\qquad J = \dfrac{36 \times 10^5}{600 \times 10^{18}}$

EXERCICE N°4 (6 points)

Calcule les nombres suivants (donne le résultat sous la forme d'une puissance de 10) :

$K = \dfrac{1}{10^2 \times 10^5 \times (10^2)^{-5}}$ $\qquad L = \dfrac{(10^3)^{-5} \times (10^5)^{-3} \times 10^2}{(10^4)^7}$ $\qquad M = \dfrac{0{,}0025 \times 10^6}{(100)^4 \times 5^2 \times 10^5}$

EXERCICE N°5 (3 points)

Calcule les nombres suivants :

$N = 7 \times 3^2 + 8^{12} \times 0{,}125^{12} - 64$ $\qquad O = \left(4^2 \times 2^3 - \dfrac{25400}{2 \times 10^2}\right) \times \left(\left(\dfrac{2}{3}\right)^2 - 3^{-2}\right)$

EXERCICE N°6 (2 points)

La distance de la Terre au Soleil est d'environ 150 millions de kilomètres. Un géant fait des pas d'environ 400 000 kilomètres (valeur correspondant à peu près à la distance Terre-Lune). Combien ce géant effectuera-t-il de pas pour se rendre de la Terre au Soleil ?

CONTROLE DE MATHEMATIQUES : PUISSANCES

Vendredi 24 janvier 2003 - Sujet B

Nom et Prénom :	**Classe : 4ème**

Calculatrice autorisée.
2 points sont réservés à l'évaluation de la présentation.

EXERCICE N°1 (2 points)

Détermine, en le justifiant soigneusement, le signe des nombres suivants :

$A = 17^{-11}$ $\qquad B = (-23,56)^{7}$ $\qquad C = -\dfrac{(-3)^{-15} \times 67^{-5}}{(-15)^{88}}$

EXERCICE N°2 (2 points)

Ecrire en notation scientifique les nombres suivants :

$D = 23\ 557,01$ $\qquad E = 0,000\ 017\ 8$ $\qquad F = -34,43$ $\qquad G = -0,000\ 677$

EXERCICE N°3 (3 points)

Calcule les nombres suivants (donne le résultat en notation scientifique) :

$H = -17 \times 10^{13} \times 5 \times 10^{-8}$ $\qquad I = 1,34 \times 10^{4} - 2,25 \times 10^{3}$ $\qquad J = \dfrac{7,7 \times 10^{-6}}{2800 \times 10^{-12}}$

EXERCICE N°4 (6 points)

Calcule les nombres suivants (donne le résultat sous la forme d'une puissance de 10) :

$K = \dfrac{1}{10^{7} \times 10^{2} \times (10^{4})^{5}}$ $\qquad L = \dfrac{(10^{2})^{-7} \times (10^{5})^{-3} \times 10^{-1}}{(10^{6})^{5}}$ $\qquad M = \dfrac{0,4^{2} \times 10^{3}}{(1000)^{2} \times 1600 \times 10^{-11}}$

EXERCICE N°5 (3 points)

Calcule les nombres suivants :

$N = 7^{2} - 5 \times 3^{2} - 8^{2} \times 0,25^{2}$ $\qquad O = \left((2^{4})^{2} - \dfrac{0,25}{10^{-3}} \right) \times \left(\dfrac{1}{3} - 2^{-2} \right)$

EXERCICE N°6 (2 points)

La masse d'un atome de carbone est d'environ 2×10^{-26} kg. Calcule le nombre d'atomes contenus dans un milligramme de carbone.

CONTROLE DE MATHEMATIQUES : PUISSANCES
Corrigé

EXERCICE N°1

Sujet A	Sujet B
$A = 4^{-9}$ <u>A est un nombre positif</u> car il s'agit d'une puissance d'un nombre positif (4). $B = -(-7)^{19}$ $(-7)^{19}$ est un nombre négatif car il s'agit d'une puissance impaire (19) d'un nombre négatif (-7). On en déduit donc que <u>B est un nombre positif</u> puisqu'il s'agit de l'opposé d'un nombre négatif. $C = -\frac{2^5 \times (-3)^2}{(-15)^{-3}}$ • 2^5 est un nombre positif car il s'agit d'une puissance d'un nombre positif ; • $(-3)^2$ est un nombre positif car il s'agit d'une puissance paire (2) d'un nombre négatif (-3) ; • $(-15)^{-3}$ est un nombre négatif car il s'agit d'une puissance impaire (-3) d'un nombre négatif (-15). On en déduit que $\frac{2^5 \times (-3)^2}{(-15)^{-3}}$ est un nombre négatif et donc que <u>C est un nombre positif</u> puisqu'il s'agit de l'opposé d'un nombre négatif.	$A = 17^{-11}$ <u>A est un nombre positif</u> car il s'agit d'une puissance d'un nombre positif (17). $B = (-23,56)^7$ <u>B est un nombre négatif</u> car il s'agit d'une puissance impaire (7) d'un nombre négatif ($-23,56$). $C = -\frac{(-3)^{-15} \times 67^{-5}}{(-15)^{88}}$ • $(-3)^{-15}$ est un nombre négatif car il s'agit d'une puissance impaire (-15) d'un nombre négatif (-3) ; • 67^{-5} est un nombre positif car il s'agit d'une puissance d'un nombre positif ; • $(-15)^{88}$ est un nombre positif car il s'agit d'une puissance paire On en déduit que $\frac{(-3)^{-15} \times 67^{-5}}{(-15)^{88}}$ est un nombre négatif et donc que <u>C est un nombre positif</u> puisqu'il s'agit de l'opposé d'un nombre négatif.

Il n'y a pas de difficulté particulière avec les puissances des nombres positifs (toute puissance d'un nombre positif est positive) et pour ce qui est des puissances des nombres négatifs, il convient de conclure suivant la parité de l'exposant.

EXERCICE N°2

Sujet A	Sujet B
$D = 1\ 748{,}195 = 1{,}748\ 195 \times 10^3$	$D = 23\ 557{,}01 = 2{,}355\ 701 \times 10^4$
$E = 0{,}000\ 008\ 96 = 8{,}96 \times 10^{-6}$	$E = 0{,}000\ 017\ 8 = 1{,}78 \times 10^{-5}$
$F = -2\ 222{,}22 = -2{,}222\ 22 \times 10^3$	$F = -34{,}43 = -3{,}443 \times 10^1$
$G = -0{,}034\ 7 = -3{,}47 \times 10^{-2}$	$G = -0{,}000\ 677 = -6{,}77 \times 10^{-4}$

Un point devant être souligné : ne faites pas disparaître de décimale si on ne vous demande pas d'arrondir ! Par exemple, pour le D du sujet A, on écrit $1{,}748\ 195 \times 10^3$ (6 décimales après le 1 !) et pas $1{,}75 \times 10^3$ …

EXERCICE N°3

Sujet A	Sujet B
$H=6\times10^{-2}\times(-7)\times10^{-7}$	$H=-17\times10^{13}\times5\times10^{-8}$
$H=6\times(-7)\times10^{-2}\times10^{-7}$	$H=-17\times5\times10^{13}\times10^{-8}$
$H=-42\times10^{-2-7}$	$H=-85\times10^{13-8}$
$H=-4,2\times10\times10^{-9}$	$H=-8,5\times10\times10^{5}$
$\boxed{H=-4,2\times10^{-8}}$	$\boxed{H=-8,5\times10^{6}}$
$I=2,5\times10^{3}-3,86\times10^{2}$	$I=1,34\times10^{4}-2,25\times10^{3}$
$I=2,5\times1\ 000-3,86\times100$	$I=1,34\times10\ 000-2,25\times1000$
$I=2\ 500-386$	$I=13\ 400-2\ 250$
$I=2\ 114$	$I=11\ 150$
$\boxed{I=2,114\times10^{3}}$	$\boxed{I=1,115\times10^{4}}$
$J=\dfrac{36\times10^{5}}{600\times10^{18}}$	$J=\dfrac{7,7\times10^{-6}}{2800\times10^{-12}}$
$J=\dfrac{36\times10^{5}}{6\times100\times10^{18}}$	$J=\dfrac{7,7\times10^{-6}}{2,8\times1000\times10^{-12}}$
$J=\dfrac{36}{6}\times\dfrac{10^{5}}{10^{2}\times10^{18}}$	$J=\dfrac{7,7\times10^{-6}}{2,8\times10^{3}\times10^{-12}}$
$J=6\times\dfrac{10^{5}}{10^{20}}$	$J=\dfrac{7,7}{2,8}\times\dfrac{10^{-6}}{10^{3-12}}$
$J=6\times10^{5-20}$	$J=\dfrac{7\times1,1}{7\times0,4}\times\dfrac{10^{-6}}{10^{-9}}$
$\boxed{J=6\times10^{-15}}$	$J=\dfrac{1,1}{0,4}\times10^{-6+9}$
	$\boxed{J=2,75\times10^{3}}$

EXERCICE N°4

Sujet A	Sujet B
$K=\dfrac{1}{10^{2}\times10^{5}\times\left(10^{2}\right)^{-5}}$	$K=\dfrac{1}{10^{7}\times10^{2}\times\left(10^{4}\right)^{5}}$
$K=\dfrac{1}{10^{2}\times10^{5}\times10^{2\times(-5)}}$	$K=\dfrac{1}{10^{7}\times10^{2}\times10^{4\times5}}$
$K=\dfrac{1}{10^{2}\times10^{5}\times10^{-10}}$	$K=\dfrac{1}{10^{7}\times10^{2}\times10^{20}}$
$K=\dfrac{1}{10^{2+5-10}}$	$K=\dfrac{1}{10^{7+2+20}}$
$K=\dfrac{1}{10^{-3}}$	$K=\dfrac{1}{10^{29}}$
$\boxed{K=10^{3}}$	$\boxed{K=10^{-29}}$

$L=\dfrac{\left(10^3\right)^{-5}\times\left(10^5\right)^{-3}\times10^2}{\left(10^4\right)^7}$ $L=\dfrac{10^{3\times(-5)}\times10^{5\times(-3)}\times10^2}{10^{4\times7}}$ $L=\dfrac{10^{-15}\times10^{-15}\times10^2}{10^{28}}$ $L=\dfrac{10^{-15-15+2}}{10^{28}}$ $L=\dfrac{10^{-28}}{10^{28}}$ $L=10^{-28-28}$ $\boxed{L=10^{-56}}$ $M=\dfrac{0,0025\times10^6}{(100)^4\times5^2\times10^5}$ $M=\dfrac{2,5\times10^{-3}\times10^6}{25\times\left(10^2\right)^4\times10^5}$ $M=\dfrac{2,5\times10^3}{25\times10^8\times10^5}$ $M=\dfrac{2,5}{25}\times\dfrac{10^3}{10^{13}}$ $M=0,1\times10^{3-13}$ $M=10^{-1}\times10^{-10}$ $\boxed{M=10^{-11}}$	$L=\dfrac{\left(10^2\right)^{-7}\times\left(10^5\right)^{-3}\times10^{-1}}{\left(10^6\right)^5}$ $L=\dfrac{10^{2\times(-7)}\times10^{5\times(-3)}\times10^{-1}}{10^{6\times5}}$ $L=\dfrac{10^{-14}\times10^{-15}\times10^{-1}}{10^{30}}$ $L=\dfrac{10^{-14-15-1}}{10^{30}}$ $L=\dfrac{10^{-30}}{10^{30}}$ $L=10^{-30-30}$ $\boxed{L=10^{-60}}$ $M=\dfrac{0,4^2\times10^3}{(1000)^2\times1600\times10^{-11}}$ $M=\dfrac{0,16\times10^3}{\left(10^3\right)^2\times16\times100\times10^{-11}}$ $M=\dfrac{16\times10^{-2}\times10^3}{10^{3\times2}\times16\times10^2\times10^{-11}}$ $M=\dfrac{10}{10^6\times10^{-9}}$ $M=\dfrac{10}{10^{-3}}$ $M=10\times10^3$ $\boxed{M=10^4}$

Calculs « classiques » faisant essentiellement intervenir les puissances de 10.

EXERCICE N°5

Sujet A	Sujet B
$N=7\times3^2+8^{12}\times0,125^{12}-64$ $N=7\times9+\left(8\times0,125\right)^{12}-64$ $N=63+1^{12}-64$ $N=63+1-64$ $N=64-64$ $\boxed{N=0}$	$N=7^2-5\times3^2-8^2\times0,25^2$ $N=49-5\times9-\left(8\times0,25\right)^2$ $N=49-45-2^2$ $N=4-4$ $\boxed{N=0}$

$O=\left(4^2\times 2^3-\dfrac{25400}{2\times 10^2}\right)\times\left(\left(\dfrac{2}{3}\right)^2-3^{-2}\right)$ $O=\left(\left(2^2\right)^2\times 2^3-\dfrac{254\times 10^2}{2\times 10^2}\right)\left(\dfrac{2^2}{3^2}-\dfrac{1}{3^2}\right)$ $O=\left(2^4\times 2^3-\dfrac{254}{2}\right)\left(\dfrac{4}{9}-\dfrac{1}{9}\right)$ $O=\left(2^7-127\right)\times\dfrac{3}{9}$ $O=\left(128-127\right)\times\dfrac{1}{3}$ $\boxed{O=\dfrac{1}{3}}$	$O=\left(\left(2^4\right)^2-\dfrac{0,25}{10^{-3}}\right)\times\left(\dfrac{1}{3}-2^{-2}\right)$ $O=\left(2^8-0,25\times 10^3\right)\times\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{2^2}\right)$ $O=\left(256-250\right)\times\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}\right)$ $O=6\times\left(\dfrac{4}{3\times 4}-\dfrac{3}{4\times 3}\right)$ $O=6\times\dfrac{1}{12}$ $O=\dfrac{6}{6\times 2}$ $\boxed{O=\dfrac{1}{2}}$

Les calculs des sujets A et B étaient de difficultés comparables. Les calculs « N » étaient d'autant plus aisés à mener que l'on connaissait la règle $(ab)^n=a^nb^n$. Le « O » du sujet A nécessitait de connaître la règle $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n=\dfrac{a^n}{b^n}$. Dans les deux sujets, il fallait connaître la définition des puissances avec exposants négatifs.

EXERCICE N°6

Sujet A

La distance Terre-Soleil est de 150 millions de kilomètres. Si nous la notons *d* et que nous conservons le kilomètre comme unité, on peut donc écrire :

$$d=150\ 000\ 000=1,5\times 10^8$$

Soit maintenant *p* la longueur d'un pas de géant. D'après l'énoncé *p* vaut 400 000 kilomètres. On a donc :

$$p=400\ 000=4\times 10^5$$

Pour aller de la Terre au Soleil, le géant effectuera *n* pas et *n* vaut :

$$n=\frac{d}{p}=\frac{1,5\times 10^8}{4\times 10^5}=\frac{1,5}{4}\times\frac{10^8}{10^5}=0,375\times 10^3=375$$

<u>Conclusion : le géant devra effecteur 375 pas au total</u>.

Sujet B

Cet énoncé était un peu plus délicat que le précédent en ce sens que les unités fournies étaient différentes.

Soit m la masse (approximative) d'un atome de carbone. On donne $m = 2\times10^{-26}$ kg.

Soit M la masse de carbone considérée. On donne $M = 1$ mg.

Il convenait donc, dans un premier temps, de choisir une unité commune, le kilogramme ou le milligramme au choix, et d'exprimer m et M avec cette unité.

Choisissons ici le kilogramme et rappelons qu'un kilogramme vaut mille grammes. Comme un gramme vaut mille milligrammes, on en déduit qu 'un kilogramme vaut un million de milligramme :

1 kilogramme = mille grammes = un million de milligrammes

On en déduit qu'un milligramme représente un millionième de kilogramme. On a donc :

1 milligramme = un millionième de kilogramme
1 mg = 10^{-6} kg

Si on note n le nombre d'atomes de carbone dans un milligramme de carbone, on a donc :

$$n = \frac{M}{m} = \frac{10^{-6}}{2\times10^{-26}} = \frac{1\times10^{-6}}{2\times10^{-26}} = \frac{1}{2}\times\frac{10^{-6}}{10^{-26}} = 0,5\times10^{-6+26} = 0,5\times10^{20} = \boxed{5\times10^{19}}$$

En tenant compte du fait que 10^9 correspond à un milliard et que 5×10^{19} est égal à $50\times10^9\times10^9$, on en déduit qu'un milligramme de carbone contient (environ !) 50 milliards de milliards d'atomes !