$4^{\text{ème}}$ 1 - CONTROLE DE MATHEMATIQUES
PUISSANCES
Lundi 21 janvier 2008

Calculatrice autorisée.

EXERCICE N°1 (3 points : 1+2)

Détermine, en le justifiant soigneusement, le signe des nombres suivants :

$$A=17^{-11} \qquad B=-\frac{(-3)^{-15}\times 67^{-5}}{(-15)^{88}}$$

EXERCICE N°2 (3 points : 1,5+1,5)

Ecris en notation scientifique les nombres suivants :

$$C=-23\ 557,01 \qquad D=0,000\ 017\ 8$$

EXERCICE N°3 (3 points : 1,5+1,5)

Calcule les nombres suivants (donne le résultat en notation scientifique) :

$$E=-17\times 10^{13}\times 5\times 10^{-8} \qquad F=1,34\times 10^{4}-2,25\times 10^{3}$$

EXERCICE N°4 (6 points : 2+2+2)

Calcule les nombres suivants (donne le résultat sous la forme d'une puissance de 10) :

$$G=\frac{1}{(1000)^2\times 10^7\times (10^4)^5} \qquad H=\frac{(10^2)^{-7}\times (10^5)^{-3}\times 10^{-1}}{(10^6)^5} \qquad I=\frac{0,4^2\times 10^3}{1600\times 10^{-11}}$$

EXERCICE N°5 (3 points 1,5+1,5)

Calcule les nombres suivants (on donnera les résultats sous forme décimale) :

$$J=7^2-5\times 3^2-8^2\times 0,25^2 \qquad K=\left((2^4)^2-\frac{0,25}{10^{-3}}\right)\times\left(\frac{1}{3}-2^{-2}\right)$$

EXERCICE N°6 (4 points)

La masse d'un atome de carbone est d'environ 2×10^{-26} kg.
Calcule le nombre d'atomes contenus dans un milligramme de carbone (on donnera la valeur exacte en notation scientifique).

CONTROLE DE MATHEMATIQUES
PUISSANCES
Lundi 21 janvier 2008
Corrigé

EXERCICE N°1

$A=17^{-11}$

<u>*A* est un nombre positif</u> car il s'agit d'une puissance d'un nombre positif (17).

$$C=-\frac{(-3)^{-15}\times 67^{-5}}{(-15)^{88}}$$

- $(-3)^{-15}$ est un nombre négatif car il s'agit d'une puissance impaire (-15) d'un nombre négatif (-3) ;
- 67^{-5} est un nombre positif car il s'agit d'une puissance d'un nombre positif ;
- $(-15)^{88}$ est un nombre positif car il s'agit d'une puissance paire

On en déduit que $(-3)^{-15}\times 67^{-5}$ est un nombre négatif (produit de deux nombres de signes contraires) puis que $\dfrac{(-3)^{-15}\times 67^{-5}}{(-15)^{88}}$ est un nombre négatif (rapport de deux nombres de signes contraires). <u>*C* est donc un nombre positif</u> puisqu'il s'agit de l'opposé d'un nombre négatif.

EXERCICE N°2

$C=-23\ 557,01=\boxed{-2,355\ 701\times 10^{4}}$

$D=0,000\ 017\ 8=\boxed{1,78\times 10^{-5}}$

EXERCICE N°3

$E=-17\times 10^{13}\times 5\times 10^{-8}$

$E=-17\times 5\times 10^{13}\times 10^{-8}$

$E=-85\times 10^{13-8}$

$E=-8,5\times 10\times 10^{5}$

$\boxed{E=-8,5\times 10^{6}}$

$F=1,34\times 10^{4}-2,25\times 10^{3}$

$F=1,34\times 10\ 000-2,25\times 1000$

$F=13\ 400-2\ 250$

$F=11\ 150$

$\boxed{F=1,115\times 10^{4}}$

EXERCICE N°4

$$G=\frac{1}{(1000)^2\times10^7\times(10^4)^5}$$
$$G=\frac{1}{(10^3)^2\times10^7\times10^{4\times5}}$$
$$G=\frac{1}{10^{3\times2}\times10^7\times10^{20}}$$
$$G=\frac{1}{10^6\times10^{7+20}}$$
$$G=\frac{1}{10^6\times10^{27}}$$
$$G=\frac{1}{10^{6+27}}$$
$$G=\frac{1}{10^{33}}$$
$$\boxed{G=10^{-33}}$$

$$H=\frac{(10^2)^{-7}\times(10^5)^{-3}\times10^{-1}}{(10^6)^5}$$
$$H=\frac{10^{2\times(-7)}\times10^{5\times(-3)}\times10^{-1}}{10^{6\times5}}$$
$$H=\frac{10^{-14}\times10^{-15}\times10^{-1}}{10^{30}}$$
$$H=\frac{10^{-14-15-1}}{10^{30}}$$
$$H=\frac{10^{-30}}{10^{30}}$$
$$H=10^{-30-30}$$
$$\boxed{H=10^{-60}}$$

$$M=\frac{0,4^2\times10^3}{1600\times10^{-11}}$$
$$M=\frac{0,16\times10^3}{16\times100\times10^{-11}}$$
$$M=\frac{16\times10^{-2}\times10^3}{16\times10^2\times10^{-11}}$$
$$M=\frac{10}{10^{-9}}$$
$$M=10\times10^9$$
$$\boxed{M=10^{10}}$$

EXERCICE N°5

$$J=7^2-5\times3^2-8^2\times0,25^2$$
$$J=49-5\times9-(8\times0,25)^2$$
$$J=49-45-2^2$$
$$J=4-4$$
$$\boxed{J=0}$$

$$K=\left((2^4)^2-\frac{0,25}{10^{-3}}\right)\times\left(\frac{1}{3}-2^{-2}\right)$$
$$K=\left(2^8-0,25\times10^3\right)\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2^2}\right)$$
$$K=(256-250)\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)$$
$$K=6\times\left(\frac{4}{3\times4}-\frac{3}{4\times3}\right)$$
$$K=6\times\frac{1}{12}$$
$$K=\frac{6}{6\times2}$$
$$\boxed{K=\frac{1}{2}}$$

EXERCICE N°6

Soit m la masse (approximative) d'un atome de carbone. On donne $m = 2\times10^{-26}$ kg.

Soit M la masse de carbone considérée. On donne $M = 1$ mg.

Il convenait, dans un premier temps, de choisir une unité commune, le kilogramme ou le milligramme au choix, et d'exprimer m et M avec cette unité.

Choisissons ici le kilogramme et rappelons qu'un kilogramme vaut mille grammes. Comme un gramme vaut mille milligrammes, on en déduit qu'un kilogramme vaut un million de milligramme :

1 kilogramme = mille grammes = un million de milligrammes

On en déduit qu'un milligramme représente un millionième de kilogramme. On a donc :

1 milligramme = un millionième de kilogramme
1 mg = 10^{-6} kg

Si on note n le nombre d'atomes de carbone dans un milligramme de carbone, on a donc :

$$n = \frac{M}{m} = \frac{10^{-6}}{2\times10^{-26}} = \frac{1\times10^{-6}}{2\times10^{-26}} = \frac{1}{2}\times\frac{10^{-6}}{10^{-26}} = 0,5\times10^{-6+26} = 0,5\times10^{20} = \boxed{5\times10^{19}}$$

En tenant compte du fait que 10^9 correspond à un milliard et que 5×10^{19} est égal à $50\times10^9\times10^9$, on en déduit qu'un milligramme de carbone contient (environ !) 50 milliards de milliards d'atomes !