

### Ce que vous devez connaître et savoir pour aborder ce cours

- Les tables de multiplication de 1 à 10 !
- Le calcul sur les décimaux relatifs (en particulier règle des signes et priorité des opérations) ;
- Le vocabulaire relatif aux nombres fractionnaires : numérateur, dénominateur, rapport.

### Ce que vous devez retenir

#### 1. Ecriture

Tout nombre décimal relatif peut s'écrire sous la forme d'un nombre fractionnaire.

Exemples :  $5 = \frac{5}{1}$ ,  $-34,5 = \frac{-34,5}{1}$

#### 2. Règle fondamentale

On ne change pas un nombre fractionnaire en multipliant (ou divisant) le numérateur ET le dénominateur par un même nombre non nul :

$$\frac{a}{b} = \frac{k \times a}{k \times b} = \frac{ka}{kb} \text{ et } \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k} \text{ avec } k \neq 0$$

Exemples :

$$\begin{aligned} \frac{25}{3} &= \frac{25 \times 4}{3 \times 4} = \frac{100}{12} \\ \frac{216}{15} &= \frac{216 \div 3}{15 \div 3} = \frac{72}{5} \text{ ou } \frac{216}{15} = \frac{3 \times 72}{3 \times 5} = \frac{72}{5} \\ -34,5 &= \frac{-34,5}{1} = \frac{-34,5 \times 10}{1 \times 10} = \frac{-345}{10} = -\frac{5 \times 69}{5 \times 2} = -\frac{69}{2} \end{aligned}$$

#### **ATTENTION !**

Cette règle est également à la base de la simplification des fractions (on dit « réduire une fraction ») : on simplifiera une fraction en mettant en évidence au numérateur ET au dénominateur un (ou plusieurs) facteur commun. Toute autre forme de simplification (plus ou moins fantaisiste) est interdite !

Par exemple :  $\frac{-2 \times 14 - 23}{2 \times 6} = \frac{-28 - 23}{12} = \frac{-51}{12} = -\frac{\cancel{3} \times 17}{\cancel{3} \times 4} = -\frac{17}{4}$

Ici 2 est en facteur au dénominateur MAIS pas au numérateur !

3 est facteur commun au numérateur ET au dénominateur. On peut simplifier !

**3. Addition de deux nombres fractionnaires**

- 1<sup>er</sup> cas : les deux nombres ont le même dénominateur :

$$\boxed{\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{2+4}{5} = \frac{6}{5}, \quad \frac{13}{7} - \frac{11}{7} = \frac{13-11}{7} = \frac{2}{7}, \quad \frac{4}{7} - x = \frac{4-7x}{7}$$

- 2<sup>ème</sup> cas : les deux nombres n'ont pas le même dénominateur :

On se ramène au cas précédent en réduisant les nombres fractionnaires au même dénominateur : pour cela, on utilise la règle fondamentale.

Exemple :

$$\frac{2}{7} - \frac{3}{5} + \frac{5}{14} = \frac{2 \times 10}{7 \times 10} - \frac{3 \times 14}{5 \times 14} + \frac{5 \times 5}{14 \times 5} = \frac{20}{70} - \frac{42}{70} + \frac{25}{70} = \frac{20 - 42 + 25}{70} = \frac{3}{70}$$

**4. Multiplication de deux nombres fractionnaires**

Le produit de deux nombres fractionnaires est un nombre fractionnaire dont :

- Le numérateur est égal au produit des numérateurs des deux nombres fractionnaires que l'on multiplie ;
- Le dénominateur est égal au produit des dénominateurs des deux nombres que l'on multiplie.

$$\boxed{\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}}$$

Exemples :

$$\frac{2}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{2 \times 7}{3 \times 5} = \boxed{\frac{14}{15}}, \quad \frac{-3}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{-7} = \frac{-3 \times 2 \times 2}{5 \times 5 \times (-7)} = \frac{-12}{-175} = \boxed{\frac{12}{175}} \text{ et}$$

$$-3 \times \frac{2}{7} = \frac{-3}{1} \times \frac{2}{7} = \frac{-3 \times 2}{1 \times 7} = \boxed{\frac{-6}{7}}$$

**5. Inverse d'un nombre**

Par définition, l'inverse du nombre  $x$  non nul est le nombre  $\frac{1}{x}$ . On peut le noter :  $x^{-1}$ .

On a ainsi :  $\boxed{x \times x^{-1} = x \times \frac{1}{x} = 1}$

Exemples :  $2^{-1} = \frac{1}{2} = 0,5$      $100^{-1} = \frac{1}{100} = 0,01$  et  $0,01^{-1} = \frac{1}{0,01} = 100$ .

L'inverse d'un nombre fractionnaire est donné par la règle de calcul suivante :  $\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}}$

Concrètement : pour inverser une fraction, il suffit de permuter le numérateur et le dénominateur.

Exemples :

$$\left(\frac{7}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{7}, \quad \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} = \frac{5}{1} = 5 \text{ et } 9^{-1} = \left(\frac{9}{1}\right)^{-1} = \frac{1}{9}$$

**6. Division**

→ Fondamental : **diviser c'est multiplier par l'inverse.**

$$\text{Exemples : } \frac{6}{5} = 6 \times \frac{1}{5}, \frac{\frac{6}{5}}{17} = \frac{6}{5} \times \frac{1}{17} = \frac{6 \times 1}{5 \times 17} = \frac{6}{85} \text{ et } \frac{\frac{6}{5}}{\frac{17}{15}} = \frac{6}{5} \times \frac{15}{17} = \frac{6 \times 15}{5 \times 17} = \frac{6 \times 3 \times \cancel{5}}{\cancel{5} \times 17} = \frac{18}{17}$$

Vous constatez qu'à chaque fois le numérateur est inchangé ! C'est le dénominateur qui doit être inversé.

**Ce que vous devez savoir faire**

1. Simplifier des nombre fractionnaires à l'aide de la règle fondamentale. En particulier, ne vous jetez pas trop vite dans les calculs ! Essayer, dans un premier temps, de simplifier les fractions qui vous sont proposées. Vous serez ainsi (en règle générale) conduit à des calculs plus simples et réduirez le risque d'erreur !
2. Calculer des sommes, produits et rapports de nombre fractionnaires ;
3. Calculer des sommes algébriques comportant des nombre décimaux relatifs et des nombre fractionnaires ;
4. Calculer des rapports dont le numérateur et le dénominateur sont des sommes algébriques ;
5. Etudier le signe de nombre fractionnaires en étudiant séparément le signe du numérateur et celui du dénominateur.

Exemple :

Somme algébrique

$$\begin{aligned} \frac{14}{21} - \frac{30}{150} - \frac{12}{27} &= \frac{2 \times 7}{3 \times 7} - \frac{30 \times 1}{30 \times 5} - \frac{3 \times 4}{3 \times 9} = \frac{2}{3} - \frac{1}{5} - \frac{4}{9} = \frac{2 \times 15}{3 \times 15} - \frac{1 \times 9}{5 \times 9} - \frac{4 \times 5}{9 \times 5} \\ &= \frac{30}{45} - \frac{9}{45} - \frac{20}{45} = \frac{30 - 9 - 20}{45} = \boxed{\frac{1}{45}} \end{aligned}$$

Rapport

$$\begin{aligned} 2 - \frac{5}{7} + \frac{3}{5} &= \frac{2 \times 35}{1 \times 35} - \frac{5 \times 5}{5 \times 7} + \frac{3 \times 7}{5 \times 7} = \frac{70 - 25 + 21}{35} \\ \frac{2}{3} - \frac{-5}{7} - 4 &= \frac{2 \times 7}{3 \times 7} - \frac{-5 \times 3}{7 \times 3} - \frac{4 \times 21}{1 \times 21} = \frac{14 - (-15) - 84}{21} \\ &= \frac{66}{-21} = -\frac{66}{21} = -\frac{6 \times \cancel{11} \times 3 \times \cancel{7}}{\cancel{7} \times 5 \times 5 \times \cancel{11}} = \boxed{-\frac{18}{25}} \end{aligned}$$

Etude de signe

Le nombre  $x$  est strictement négatif, le nombre  $y$  est strictement positif.

Déterminer le signe du nombre :  $A = \frac{y^2 - x}{-5xy}$ .

Signe de  $y^2 - x$  :

- On écrit :  $y^2 - x = y^2 + (-x)$  ;
- $y^2$  est le carré d'un nombre, il est donc positif ;
- $-x$  est l'opposé d'un nombre négatif, il est donc positif ;
- $y^2 + (-x)$  est la somme de deux nombres positifs, il s'agit donc d'un nombre positif.

Finalement :  $y^2 - x$  est un nombre positif.

Signe de  $-5xy$  :

- On écrit :  $-5xy = -5 \times x \times y$  ;
- $-5 \times x \times y$  est le produit de trois facteurs. Deux facteurs sont négatifs ( $-5$  et  $x$ ), donc ce produit est positif.

Finalement :  $-5xy$  est un nombre positif.

Signe de  $A$  :

Le nombre  $A$  est le rapport de deux nombres de même signe, il est donc positif.

Conclusion : le nombre  $A$  est positif.

**Les erreurs classiques que vous devez éviter !**

- Lorsque l'on multiplie un nombre fractionnaire par un entier, on multiplie le numérateur uniquement !  $3 \times \frac{5}{7}$  est égal à  $\frac{15}{7}$  et non  $\frac{15}{21}$  !
- Ne pas confondre opposé et inverse. L'opposé de 5 est  $-5$ , son inverse est  $\frac{1}{5}$  ;
- Ne pas mélanger l'ordre des calculs dans les écritures à étages (la position des traits de fraction par rapport au signe « = » est fondamentale) :

$$\frac{7}{3} = \frac{7}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{7}{15} \quad \text{mais} \quad \frac{7}{\frac{3}{5}} = 7 \times \frac{5}{3} = \frac{7 \times 5}{3} = \frac{35}{3}$$