

CONTROLE DE MATHEMATIQUES :
CALCUL LITTERAL - EQUATIONS
Jeudi 3 mai 2007

Calculatrice autorisée : ceci ne vous dispense pas de détailler les calculs !

EXERCICE N°1 (6 points)

Développe et réduis les expressions suivantes :

$$A = 5(8x - 7) + 6(-2x + 3)$$

$$B = (x + 3)(2x - 5) - x(3x - 2)$$

$$C = -x(-x + 11) + (-x + 3)(2x - 5)$$

$$D = \left(2x + \frac{1}{3}\right)\left(2x - \frac{1}{3}\right)$$

EXERCICE N°2 (3 points)

Soit E l'expression : $E = 2t^2 - 3t + 2$

Calcule E pour $t = 1$, $t = -1$ et $t = \frac{1}{4}$

EXERCICE N°3 (4 points)

Résous les équations suivantes :

$$-5x + 12 = -13$$

$$\frac{x}{2} + 5 = -\frac{x}{3} - 2$$

EXERCICE N°4 (3 points)

Existe-t-il un nombre entier dont le quart augmenté de 7 est égal à 25 ?

EXERCICE N°5 (4 points)

Dans mon portefeuille, j'ai des billets de 5€ et de 10€

J'ai 60 billets pour un total de 415€

Combien ai-je de billets de chaque sorte ?

BONUS

Emilie dit : « J'ai deux frères de moins que de sœurs ! ».

Son frère, Guillaume annonce : « J'ai deux fois plus de sœurs que de frères ! ».

Combien y a-t-il de frères et de sœurs dans cette belle fratrie ?

CONTROLE DE MATHEMATIQUES :
CALCUL LITTERAL - EQUATIONS
Corrigé

EXERCICE N°1

$$\begin{aligned}A &= 5(8x - 7) + 6(-2x + 3) \\ &= 5 \times 8x - 5 \times 7 + 6 \times (-2x) + 6 \times 3 \\ &= 40x - 35 - 12x + 18 \\ &= 40x - 12x - 35 + 18 \\ &= \boxed{28x - 17}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B &= (x + 3)(2x - 5) - x(3x - 2) \\ &= x \times 2x - x \times 5 + 3 \times 2x - 3 \times 5 - (x \times 3x - x \times 2) \\ &= 2x^2 - 5x + 6x - 15 - (3x^2 - 2x) \\ &= 2x^2 + x - 15 - 3x^2 + 2x \\ &= 2x^2 - 3x^2 + x + 2x - 15 \\ &= \boxed{-x^2 + 3x - 15}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C &= -x(-x + 11) + (-x + 3)(2x - 5) \\ &= -(x \times (-x) + x \times 11) + (-x \times 2x + (-x) \times (-5) + 3 \times 2x + 3 \times (-5)) \\ &= -(-x^2 + 11x) + (-2x^2 + 5x + 6x - 15) \\ &= x^2 - 11x - 2x^2 + 5x + 6x - 15 \\ &= x^2 - 2x^2 - 11x + 5x + 6x - 15 \\ &= \boxed{-x^2 - 15}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}D &= \left(2x + \frac{1}{3}\right)\left(2x - \frac{1}{3}\right) \\ &= 2x \times 2x + 2x \times \left(-\frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3} \times 2x + \frac{1}{3} \times \left(-\frac{1}{3}\right) \\ &= 4x^2 - \frac{2x}{3} + \frac{2x}{3} - \frac{1}{9} \\ &= \boxed{4x^2 - \frac{1}{9}}\end{aligned}$$

EXERCICE N°2

$t = 1$	$t = -1$	$t = \frac{1}{4}$
$E = 2 \times 1^2 - 3 \times 1 + 2$ $= 2 - 3 + 2$ $= \boxed{1}$	$E = 2 \times (-1)^2 - 3 \times (-1) + 2$ $= 2 + 3 + 2$ $= \boxed{7}$	$E = 2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 3 \times \left(\frac{1}{4}\right) + 2$ $= 2 \times \frac{1}{16} - \frac{3}{4} + 2$ $= \frac{1}{8} - \frac{3}{4} + 2$ $= \frac{1}{8} - \frac{6}{8} + \frac{16}{8}$ $= \boxed{\frac{11}{8}}$

EXERCICE N°3

$$-5x + 12 = -13$$

$$-5x + 12 - 12 = -13 - 12$$

$$-5x = -25$$

$$\frac{-5x}{-5} = \frac{-25}{-5}$$

$$x = \boxed{5}$$

$$\frac{x}{2} + 5 = -\frac{x}{3} - 2$$

$$\frac{x}{2} + 5 - 5 = -\frac{x}{3} - 2 - 5$$

$$\frac{x}{2} = -\frac{x}{3} - 7$$

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = -\frac{x}{3} - 7 + \frac{x}{3}$$

$$\frac{5x}{6} = -7$$

$$\frac{5x}{6} \times \frac{6}{5} = -7 \times \frac{6}{5}$$

$$x = \boxed{-\frac{42}{5}}$$

L'équation admet pour solution : $-\frac{42}{5}$.

EXERCICE N°4

Soit n l'entier cherché.

Le quart de n est le nombre : $\frac{n}{4}$. D'après l'énoncé, si l'on ajoute 7 à ce nombre, on doit obtenir 25.

On doit donc résoudre l'équation :

$$\frac{n}{4} + 7 = 25$$

On a :

$$\frac{n}{4} + 7 = 25$$

$$\frac{n}{4} + 7 - 7 = 25 - 7$$

$$\frac{n}{4} = 18$$

$$\frac{n}{4} \times 4 = 18 \times 4$$

$$n = \boxed{72}$$

L'entier dont le quart augmenté de 7 vaut 25 est égal à 72.

EXERCICE N°5

Notons x le nombre de billets de 5€ du portefeuille.

Puisque le nombre total de billets est de 60, il y a $60 - x$ billets de 10€ dans le portefeuille.

- Les x billets de 5€ représentent une somme totale de $5x$ €;
- Les $60 - x$ billets de 10€ représentent une somme totale de $10(60 - x)$ €

Le montant total étant de 415€ on a l'équation :

$$5x + 10(60 - x) = 415$$

Il vient alors :

$$\begin{aligned}
5x + 10(60 - x) &= 415 \\
5x + 600 - 10x &= 415 \\
-5x + 600 &= 415 \\
600 &= 415 + 5x \\
600 - 415 &= 5x \\
185 &= 5x \\
\frac{185}{5} &= x \\
x &= 37
\end{aligned}$$

Il vient alors : $60 - x = 60 - 37 = 23$.

Effectuons une vérification :

37 billets de 5 euros représentent un montant de $5 \times 37 = 185$ euros et 23 billets de 10 euros représentent un montant de 230 euros. $185 + 230 = 415$.

Finalement :

Le portefeuille contient 37 billets de 5€ et 23 billets de 10€

BONUS

Nous notons F le nombre de frères et S le nombre de sœurs dans la fratrie.

Emilie a $S - 1$ sœurs et N frères.

D'après l'énoncé, elle a deux frères de moins que de sœurs.

On a donc : $F = (S - 1) - 2 = S - 3$.

Guillaume a $F - 1$ frères et S sœurs.

D'après l'énoncé, il a deux fois plus de sœurs que de frères.

On a donc : $S = 2(F - 1) = 2F - 2$

En reprenant la première égalité, il vient : $F = S - 3 = (2F - 2) - 3 = 2F - 5$.

On a alors :

$$\begin{aligned}
F &= 2F - 5 \\
F - F &= 2F - 5 - F \\
0 &= F - 5
\end{aligned}$$

Donc : $F = 5$.

L'égalité $S = 2F - 2$ nous donne alors : $S = 2F - 2 = 2 \times 5 - 2 = 8$.

La fratrie comporte 8 sœurs et 5 frères.