CONTROLE DE MATHEMATIQUES
Puissances
Mercredi 27 mars 2013

CALCULATRICE NON AUTORISEE !

CORRIGE

EXERCICE N°1 (4 points)

Ecrire sous la forme d'une fraction irréductible :

$$A=\left(\frac{1}{2}\right)^4 \qquad B=\left(-\frac{4}{3}\right)^2\times\left(\frac{9}{2}\right)^2$$

On a :

$$A=\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1^4}{2^4}=\boxed{\frac{1}{16}}$$

$$B=\left(-\frac{4}{3}\right)^2\times\left(\frac{9}{2}\right)^2=\left(\frac{4}{3}\right)^2\times\left(\frac{9}{2}\right)^2=\left(\frac{4}{3}\times\frac{9}{2}\right)^2=\left(\frac{4\times9}{3\times2}\right)^2=\left(\frac{\cancel{2}\times2\times\cancel{3}\times3}{\cancel{3}\times\cancel{2}}\right)^2=6^2=\boxed{36}\left(=\frac{36}{1}\right)$$

Ou bien : $B=\left(-\frac{4}{3}\right)^2\times\left(\frac{9}{2}\right)^2=\left(\frac{4}{3}\right)^2\times\left(\frac{9}{2}\right)^2=\frac{4^2}{3^2}\times\frac{9^2}{2^2}=\frac{\cancel{4}\times4\times\cancel{9}\times9}{\cancel{9}\times\cancel{4}}=4\times9=\boxed{36}\left(=\frac{36}{1}\right)$

EXERCICE N°2 (5,5 points)

Donner, en justifiant, le signe de chacun des nombres suivants :

$$C=5^3 \qquad D=(-7,35)^4 \qquad E=-15,2^4$$

$$F=(-128,3)^5 \qquad G=\frac{1}{\left((-2)^3\right)^7}$$

C est une puissance d'un nombre positif (5) donc **C est positif**.
D est une puissance d'exposant pair (4) d'un nombre négatif ($-7,35$) et donc **D est positif**.
E est l'opposé d'une puissance d'un nombre positif. Cette puissance ($15,2^4$) est donc positive et **E et négatif**.
F est une puissance d'exposant impair (5) d'un nombre négatif ($-128,3$) et donc **F est négatif**.

Pour déterminer le signe de G, on commence par écrire :

$$G = \frac{1}{\left((-2)^3\right)^7} = \frac{1}{(-2)^{3\times 7}} = \frac{1}{(-2)^{21}} = (-2)^{-21}$$

G est une puissance d'exposant impair (-21) d'un nombre négatif (-2) et donc **G est négatif**.

EXERCICE N°3 (6 points)

Ecrire les nombres suivants sous la forme d'une seule puissance d'un même nombre :

$$H = \frac{3^7 \times 3^{-2}}{\left(3^{-5}\right)^2} \qquad I = \frac{7\times 7^3}{49\times 7^{-12}}$$

$$H = \frac{3^7 \times 3^{-2}}{\left(3^{-5}\right)^2} = \frac{3^{7+(-2)}}{3^{-5\times 2}} = \frac{3^5}{3^{-10}} = 3^{5-(-10)} = \boxed{3^{15}}$$

$$I = \frac{7\times 7^3}{49\times 7^{-12}} = \frac{7^1\times 7^3}{7^2\times 7^{-12}} = \frac{7^{1+3}}{7^{2+(-12)}} = \frac{7^4}{7^{-10}} = 7^{4-(-10)} = \boxed{7^{14}}$$

Ou bien : $I = \frac{7\times 7^3}{49\times 7^{-12}} = \frac{\cancel{7}\times 7^3}{\cancel{7}\times 7\times 7^{-12}} = \frac{7^3}{7\times 7^{-12}} = \frac{7^3}{7^1\times 7^{-12}} = \frac{7^3}{7^{1+(-12)}} = \frac{7^3}{7^{-11}} = 7^{3-(-11)} = \boxed{7^{14}}$

EXERCICE N°4 (4,5 points)

Ecrire chacun des nombres suivants sous la forme $2^n \times 3^m \times 5^p$ où n, m et p sont des entiers naturels :

$$J = 60 \qquad K = 360 \qquad L = 400$$

$J = 60 = 2\times 30 = 2\times 2\times 15 = 2^2\times 3\times 5 = \boxed{2^2\times 3^1\times 5^1}$

$K = 360 = 6\times 60 = 6\times J = 6\times 2^2\times 3^1\times 5^1 = 2\times 3\times 2^2\times 3^1\times 5^1 = 2\times 2^2\times 3\times 3^1\times 5^1 = \boxed{2^3\times 3^2\times 5^1}$

$L = 400 = 2\times 200 = 2\times 2\times 100 = 2\times 2\times 2\times 50 = 2\times 2\times 2\times 2\times 25 = 2^4\times 5^2 = \boxed{2^4\times 3^0\times 5^2}$