Nombres relatifs

Corrigés d'exercices / Version du 26 juillet 2012

Les exercices du livre corrigés dans ce document sont les suivants :

Page 16 :	N°**3**, **7**, **8**, **9**, **19**	Page 19 :	N°**56**, **57**, **58**, **61**
Page 17 :	N°**20**, **23**, **25**, **29**, **34**	Page 21 :	N°**71**, **72**, **74**, **75**, **76**
Page 18 :	N°**37**, **40**, **41**, **52**, **53**	Page 22 :	N°**85**, **86**, **88**, **91**

N°3 page 16

On a :

$$\mathrm{A} = -10 + 5 = \boxed{-5}$$

$$B = (-12) - (+8) = -12 + (-8) = \boxed{-20}$$

$$\mathrm{C} = 3 - 20 = 3 + (-20) = \boxed{-17}$$

$$\mathrm{D} = (-12) + (-8) = \boxed{-20} = \mathrm{B}$$

$$\mathrm{E} = 3 + (-20) = \boxed{-17} = \mathrm{C}$$

$$\mathrm{F} = 31 + 14 = \boxed{45}$$

$$\mathrm{G} = (+3) - (+20) = 3 + (-20) = \boxed{-17} = \mathrm{C} = \mathrm{E}$$

$$\mathrm{H} = -12 - 8 = -12 + (-8) = \boxed{-20} = \mathrm{B} = \mathrm{D}$$

$$\mathrm{I} = (-10) + (+5) = -10 + 5 = \boxed{-5} = \mathrm{A}$$

$$\mathrm{J} = (+31) - (-14) = 31 + 14 = \boxed{45} = \mathrm{F}$$

Finalement :

$$\boxed{\mathrm{A} = \mathrm{I},\ \mathrm{B} = \mathrm{D} = \mathrm{H},\ \mathrm{C} = \mathrm{E} = \mathrm{G} \text{ et } \mathrm{F} = \mathrm{J}.}$$

N°7 page 16

$$\mathrm{A} = 14 + 8 - 7 - 12 = 22 + (-7) + (-12) = 22 + (-19) = \boxed{3}$$

$$\mathrm{B} = -20 - 7 + 13 + 4 - 15 = 13 + 4 + (-20) + (-7) + (-15) = 17 + (-42) = \boxed{-25}$$

$$\mathrm{C} = -11 + 20 + 7 - 5 - 1 = 20 + 7 + (-11) + (-6) = 27 + (-17) = \boxed{10}$$

N°8 page 16

$$A = 1,4 + 8,3 - 7,1 - 12,9 = 9,7 + (-20) = \boxed{-10,3}$$

$$B = -20,4 - 7,2 + 1,3 + 4,7 - 15,4 = 1,3 + 4,7 + (-20,4) + (-7,2) + (-15,4) = 6 + (-43) = \boxed{-37}$$

$$C = -110 + 205 + 60 - 5 - 150 = 205 + 60 + (-110) + (-5) + (-150) = 265 + (-265) = \boxed{0}$$

N°9 page 16

$$A = -8 + 5 - (-4 - 17) = -3 - (-21) = -3 + 21 = \boxed{18}$$

$$B = 42 - (4 + 35) - (-12 + 5) = 42 - (+39) - (-7) = 42 + (-39) + 7 = 49 + (-39) = \boxed{10}$$

$$C = 22 - [7 - (-5 - 6)] = 22 - [7 - (-11)] = 22 - (7 + 11) = 22 - 18 = \boxed{4}$$

N°19 page 16

1. Le produit A comporte un nombre impair (3) de facteurs négatifs. Il est donc <u>négatif</u>.
   Le produit B comporte un nombre impair (3) de facteurs négatifs. Il est donc <u>négatif</u>.

2. On a :

$$\begin{aligned} A &= -8 \times 4 \times (-3) \times 5 \times (-1) \\ &= -8 \times 4 \times 3 \times 5 \times 1 \\ &= -8 \times 4 \times 3 \times 5 \\ &= -24 \times 20 \\ &= \boxed{-480} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 10 \times (-2) \times 0,5 \times (-0,25) \times (-4) \times 8 \\ &= -10 \times 2 \times 0,5 \times \underbrace{0,25 \times 4}_{=1} \times 8 \\ &= -10 \times 0,5 \times 2 \times 1 \times 8 \\ &= -5 \times 2 \times 8 \\ &= \boxed{-80} \end{aligned}$$

N°20 page 17

Le produit A comporte un nombre impair (3) de facteurs négatifs. Il est donc <u>négatif</u>.

On regroupe alors les facteurs pour obtenir des facteurs plus simples.

$$
\begin{aligned}
A &= 10\times(-0,07)\times(-0,6)\times(-25)\times 4\\
&= -\underbrace{10\times 0,6}_{=6}\times 0,07\times\underbrace{25\times 4}_{=100}\\
&= -6\times\underbrace{0,07\times 100}_{=7}\\
&= -6\times 7\\
&= \boxed{-42}
\end{aligned}
$$

Le produit B comporte un nombre impair (5) de facteurs négatifs. Il est donc <u>négatif</u>.

Ici encore, on regroupe les facteurs pour obtenir des facteurs plus simples

$$
\begin{aligned}
B &= -3,5\times(-8)\times(-0,2)\times(-0,125)\times(-5)\\
&= -3,5\times\underbrace{8\times 0,125}_{=1}\times\underbrace{0,2\times 5}_{=1}\\
&= -3,5\times 1\times 1\\
&= \boxed{-3,5}
\end{aligned}
$$

Il y a le facteur « 0 » dans le produit C, celui-ci est donc nul :

$$\boxed{C = 0}$$

N°23 page 17

1. On obtient facilement :

$\boldsymbol{a}$	**–2**	**3**	**–4**	**7**
$\boldsymbol{b}$	**8**	**–5**	**–6**	**4**
$\boldsymbol{ab}$	**–16**	**–15**	**24**	**28**
$\boldsymbol{-(ab)}$	**16**	**15**	**–24**	**–28**
$\boldsymbol{-a}$	**2**	**–3**	**4**	**–7**
$\boldsymbol{-b}$	**–8**	**5**	**6**	**–4**
$\boldsymbol{(-a)\times(-b)}$	**–16**	**–15**	**24**	**28**
$\boldsymbol{(-a)\times b}$	**16**	**15**	**–24**	**–28**
$\boldsymbol{a\times(-b)}$	**16**	**15**	**–24**	**–28**

2. En comparant les lignes 3 et 7, on peut formuler la conjecture suivante :

$$a\times b = (-a)\times(-b)$$

En comparant les lignes 4, 8 et 9, on peut formuler la conjecture suivante :

$$-(a\times b) = (-a)\times b = a\times(-b)$$

Ces deux conjectures sont exactes et se démontrent facilement en tenant compte de $-a=(-1)\times a$, $-b=(-1)\times b$ et $(-1)\times(-1)=1$ (faites-le !).

N°25 page 17

On obtient facilement :

a	−9	3	−9	78
b	10	−13	−5	−0,1
ab	−90	−39	45	−7,8

N°29 page 17

Elise a correctement répondu à 35 questions. Elle va donc marquer : $35\times 1,5=52,5$ points.
Elle a cependant donné 12 réponses fausses qui lui enlèvent : $12\times 0,75=9$ points.
Elle n'a pas répondu à $50-(35+12)=50-47=3$ questions. Ce qui ne lui apporte ni ne lui enlève de point.

En définitive, Elise obtiendra un total de $52,5-9=43,5$ points.

Elise a obtenu 43,5 points au QCM.

N°34 page 17

$$(-2,1)\div(-0,9)=\frac{2,1}{0,9}=\frac{2,1\times 10}{0,9\times 10}=\frac{21}{9}=\frac{7\times 3}{3\times 3}=\boxed{\frac{7}{3}}$$

$$4,05\div(-7,2)=-\frac{4,05}{7,2}=-\frac{4,05\times 100}{7,2\times 100}=-\frac{405}{720}=-\frac{45\times 9}{80\times 9}=-\frac{45}{80}=-\frac{9\times 5}{16\times 5}=\boxed{-\frac{9}{16}}$$

$$-0,06\div 1,4=-\frac{0,06}{1,4}=-\frac{0,06\times 100}{1,4\times 100}=-\frac{6}{140}=-\frac{3\times 2}{70\times 2}=\boxed{-\frac{3}{70}}$$

$$85\div(-1,5)=-\frac{85}{1,5}=-\frac{85\times 10}{1,5\times 10}=-\frac{850}{15}=-\frac{170\times 5}{3\times 5}=\boxed{-\frac{170}{3}}$$

$$-12,6\div(-1,8)=\frac{12,6}{1,8}=\frac{12,6\times 10}{1,8\times 10}=\frac{126}{18}=\frac{14\times 9}{2\times 9}=\boxed{\frac{14}{2}}$$

$$-3,3\div 0,22=-\frac{3,3}{0,22}=-\frac{3,3\times 100}{0,22\times 100}=-\frac{330}{22}=-\frac{30\times 11}{2\times 11}=\boxed{-\frac{30}{2}}$$

N°37 page 18

a. On obtient facilement :

a	–8	35	–24	72
b	2	–7	–6	9
$\frac{a}{b}$	–4	–5	4	8
$-\frac{a}{b}$	4	5	–4	–8
$-a$	8	–35	24	–72
$-b$	–2	7	6	–9
$\frac{-a}{b}$	4	5	–4	–8
$\frac{a}{-b}$	4	5	–4	–8

b. En comparant les lignes 4, 7 et 8, on peut formuler la conjecture suivante :

$$-\frac{a}{b}=\frac{-a}{b}=\frac{a}{-b}$$

Cette conjecture est exacte et se démontre facilement en tenant compte de $-a=(-1)\times a$ et $-b=(-1)\times b$ (faites-le !).

N°40 page 18

a. $x=\frac{27}{-18}=-\frac{27}{18}=-\frac{3\times 9}{2\times 9}=\boxed{-\frac{3}{2}}$

b. $x=\frac{-49}{14}=-\frac{49}{14}=-\frac{7\times 7}{2\times 7}=\boxed{-\frac{7}{2}}$

c. $x=\frac{31}{-10}=\boxed{-\frac{31}{10}}=\boxed{-3{,}1}$

d. $x=\frac{-13}{-7}=\boxed{\frac{13}{7}}$

N°41 page 18

a. $x=\frac{-8{,}2}{1{,}6}=-\frac{8{,}2}{1{,}6}=-\frac{8{,}2\times 10}{1{,}6\times 10}=-\frac{82}{16}=-\frac{41\times 2}{8\times 2}=\boxed{-\frac{41}{8}}=\boxed{-5{,}125}$

b. $x=\dfrac{-3,5}{-0,75}=\dfrac{3,5}{0,75}=\dfrac{3,5\times100}{0,75\times100}=\dfrac{350}{75}=\dfrac{14\times25}{3\times25}=\boxed{\dfrac{14}{3}}$

c. $x=\dfrac{2,8}{-21}=-\dfrac{2,8}{21}=-\dfrac{2,8\times10}{21\times10}=-\dfrac{28}{210}=-\dfrac{2\times14}{15\times14}=\boxed{-\dfrac{2}{15}}$

d. $x=\dfrac{0,77}{-4,2}=-\dfrac{0,77}{4,2}=-\dfrac{0,77\times100}{4,2\times100}=-\dfrac{77}{420}=-\dfrac{11\times7}{60\times7}=\boxed{-\dfrac{11}{60}}$

N°52 page 18

$$\mathrm{A}=-3a+2=-3\times(-5)+2=15+2=\boxed{17}$$
$$\mathrm{B}=4a-a^2=4\times(-5)-(-5)^2=-20-25=\boxed{-45}$$
$$\mathrm{C}=(a+2)(8-a)=(-5+2)\times(8-(-5))=(-3)\times(8+5)=-3\times13=\boxed{-39}$$
$$\mathrm{D}=8-2a=8-2\times(-5)=8+10=\boxed{18}$$

N°53 page 18

$$\mathrm{A}=2a+3b=2\times0,3+3\times(-2,1)=0,6+(-6,3)=\boxed{-5,7}$$
$$\mathrm{B}=a-5b=0,3-5\times(-2,1)=0,3-(-10,5)=0,3+10,5=\boxed{10,8}$$
$$\mathrm{C}=(a+b)(a-b)=(0,3+(-2,1))\times(0,3-(-2,1))=(-1,8)\times(0,3+2,1)=(-1,8)\times2,4=\boxed{-4,32}$$
$$\mathrm{D}=ab+4=0,3\times(-2,1)+4=-0,63+4=\boxed{3,37}$$

N°56 page 19

a. $-7\times(-4)=28$

b. $18-(-6)=24$

c. $-25+(-36)=-61$

d. $10\div(-4)=-2,5$

N°57 page 19

a. Pour $x=-4$, on a : $5x+14=5\times(-4)+14=-20+14=-6$ et $x+2=-4+2=-2$.
<u>L'égalité n'est pas vérifiée.</u>

b. Pour $x=-3$, on a : $5x+14=5\times(-3)+14=-15+14=-1$ et $-3+2=-3+2=-1$.
<u>L'égalité est vérifiée.</u>

c. Pour $x=-2$, on a : $5x+14=5\times(-2)+14=-10+14=4$ et $-2+2=-2+2=0$.
L'égalité n'est pas vérifiée.

N°58 page 19

1. Pour $x=-3$, on a : $x^2-5=(-3)^2-5=9-5=4$ et $1-x=1-(-3)=1+3=4$.
L'égalité est vérifiée.
2. Pour $x=-1$, on a : $x^2-5=(-1)^2-5=1-5=-4$ et $1-x=1-(-1)=1+1=2$
L'égalité n'est pas vérifiée.
3. Pour $x=-2$, on a : $x^2-5=2^2-5=4-5=-1$ et $1-2=1-2=-1$.
L'égalité est vérifiée.

N°61 page 19

1. a. $9\times(-3+5)=9\times(-3)+9\times5=-27+45=\boxed{18}$ et $9\times(-3+5)=9\times2=\boxed{18}$.
b. $-6\times(8-2)=-6\times8-(-6)\times2=-48-(-12)=-48+12=\boxed{-36}$ et
$-6\times(8-2)=-6\times6=\boxed{-36}$.
c. $-10\times(-7-3)=-10\times(-7)-(-10)\times3=70-(-30)=70+30=\boxed{100}$ et
$-10\times(-7-3)=-10\times(-10)=\boxed{100}$.
d. $7\times(-12-8)=7\times(-12)-7\times8=-84-56=-84+(-56)=\boxed{-140}$ et
$7\times(-12-8)=7\times(-20)=\boxed{-140}$.

2. a. $-4\times(3,5-1,2)=-4\times3,5-(-4)\times1,2=-14-(-4,8)=-14+4,8=\boxed{-9,2}$ et
$-4\times(3,5-1,2)=-4\times2,3=\boxed{-9,2}$.
b. $6,3\times(-5,4-4,6)=6,3\times(-5,4)-6,3\times4,6=-34,02-28,98=\boxed{-63}$ et
$6,3\times(-5,4-4,6)=6,3\times(-10)=\boxed{-63}$.
c. $-2,8\times(-5+9,2)=-2,8\times(-5)+(-2,8)\times9,2=14-25,76=\boxed{-11,76}$ et
$-2,8\times(-5+9,2)=-2,8\times4,2=\boxed{-11,76}$.
d. $0,7\times(-2,7-0,8)=0,7\times(-2,7)-0,7\times0,8=-1,89-0,56=\boxed{-2,45}$ et
$0,7\times(-2,7-0,8)=0,7\times(-3,5)=\boxed{-2,45}$.

N°71 page 21

1. a. Parmi tous les entiers relatifs compris entre -5 et 5, il y a 0. Le produit considéré comportera donc un facteur nul. Ainsi, il sera lui-même nul.
b. Même raisonnement que précédemment. Le produit est encore nul.

2. a. La somme comporte : des entiers strictement négatifs, 0 et des entiers strictement positifs. On regroupe les termes de sorte que chaque entier strictement négatif soit additionné à son opposé. A chaque fois on obtient 0 et la somme est finalement égale à 0 :

$$\begin{aligned} &-5+(-4)+(-3)+(-2)+(-1)+0+1+2+3+4+5 \\ &=(-5+5)+(-4+4)+(-3+3)+(-2+2)+(-1+1)+0 \\ &=0+0+0+0+0+0 \\ &=0 \end{aligned}$$

b. On raisonne comme précédemment et on obtient encore une somme nulle.

N°72 page 21

a. a. La somme est négative puisque l'on additionne uniquement des nombres négatifs. Pour obtenir la distance à 0, on considère la somme $1+1+1+...+1$ où le terme 1 apparaît 712 fois. Elle vaut bien sûr 712.
En définitive :

$$\underbrace{(-1)+(-1)+(-1)+...+(-1)}_{\text{le terme } -1 \text{ apparaît 712 fois}}=-712$$

b. Le produit comporte un nombre pair (712) de facteurs négatifs et il sera donc positif. Pour obtenir la distance à 0, on multiplie entre elles les distances à zéros des facteurs. Elles valent toutes 1 et leur produit vaut également 1.
En définitive :

$$\underbrace{(-1)\times(-1)\times(-1)\times...\times(-1)}_{\text{le facteur } -1 \text{ apparaît 712 fois}}=1$$

b. a. On raisonne comme dans le a. de la question 1. Et on obtient immédiatement :

$$\underbrace{(-1)+(-1)+(-1)+...+(-1)}_{\text{le terme } -1 \text{ apparaît 653 fois}}=-653$$

b. Cette fois, le produit comporte un nombre impair (653) de facteurs négatifs et il sera donc négatif. Pour obtenir la distance à 0, on multiplie entre elles les distances à zéros des facteurs. Elles valent toutes 1 et leur produit vaut également 1.
En définitive :

$$\underbrace{(-1)\times(-1)\times(-1)\times...\times(-1)}_{\text{le facteur } -1 \text{ apparaît 653 fois}}=-1$$

N°74 page 21

a. $\boxed{5+5-5\times5}=10-25=-15$

b. $\boxed{5\div5+5\div5}=1+1=2$

c. $\boxed{5-5-5\div5}=0-1=-1$

d. $\boxed{5-5-5\times5}=0-25=-25$

N°75 page 21

a. $\boxed{(5-4)\times 3+2}=1\times 3+2=5$

b. $\boxed{5-4\times(3+2)}=5-4\times 5=5-20=-15$

c. $\boxed{5-(4\times 3+2)}=5-(12+2)=5-14=-9$

d. $\boxed{5-4\times 3+2}=5-12+2=5+2-12=7-12=-5$

N°76 page 21

a. $\boxed{(2-9\div 3)+1}=(2-3)+1=(-1)+1=0$

b. $\boxed{(2-9)\div(3+1)}=\dfrac{-7}{4}=-1,75$

c. $\boxed{2-(9\div 3+1)}=2-(3+1)=2-4=-2$

d. $\boxed{2-9\div(3+1)}=2-9\div 4=2-\dfrac{9}{4}=2-2,25=-0,25$

N°85 page 23

a. $-10\,;-7\,;-4\,;\boxed{-3}\,;\boxed{0}\,;\ldots$ On passe d'un terme au suivant en ajoutant 3.

b. $3\,;-6\,;12\,;-24\,;\boxed{48}\,;\boxed{-96}\,;\ldots$ On passe d'un terme au suivant en multipliant par -2.

c. $-2\,;-1\,;2\,;-2\,;-4\,;8\,;-32\,;\boxed{-256}\,;\ldots$ On obtient un terme donné en multipliant entre eux les deux précédents (cette règle s'applique naturellement à partir du $3^{\text{ème}}$ terme …).

d. $100\,;-10\,;1\,;-0,1\,;\boxed{0,01}\,;\boxed{-0,001}\,;\ldots$ On passe d'un terme au suivant en divisant par -10.

N°86 page 23

Puisque le quotient $\dfrac{5}{x}$ est positif, les nombres 5 et x sont de même signe. Donc : <u>x est positif</u>.

Puisque $-\dfrac{3x}{y}$ est positif, le quotient $\dfrac{3x}{y}$ est négatif. Les nombres $3x$ et y sont dont de signes contraires. Comme x est positif, il en va de même pour $3x$ et on en déduit finalement que <u>y est négatif</u>.
Le produit xyz est négatif. Il comporte donc un nombre impair de facteurs négatifs. Or, x est positif et y est négatif. z ne peut donc être négatif sans quoi il y aurait deux facteurs négatifs au total. Donc <u>z est positif</u>.

N°88 page 23

1. Le produit des deux nombres est positif. On en déduit que ces deux nombres sont de même signe.
S'ils étaient tous les deux positifs, leur somme serait positive.
Les deux nombres cherchés ne peuvent être que négatifs tous les deux, situation qui conduit bien à une somme négative.
<u>Les deux nombres cherchés sont tous les deux négatifs.</u>

2. Le produit des deux nombres est positif. On en déduit que ces deux nombres sont de même signe.
S'ils étaient tous les deux négatifs, leur somme serait négative.
Les deux nombres cherchés ne peuvent être que positifs tous les deux, situation qui conduit bien à une somme positive.
<u>Les deux nombres cherchés sont tous les deux positifs.</u>

3. Le produit des deux nombres est négatif. On en déduit que ces deux nombres sont de signes contraires.
Leur somme étant négative, on peut conclure que le nombre négatif admet une distance à zéro supérieure au nombre positif.
<u>Les deux nombres sont de signes contraires et le nombre négatif est celui qui admet la plus grande distance à zéro.</u>

4. Le produit des deux nombres est négatif. On en déduit que ces deux nombres sont de signes contraires.
Leur somme étant positive, on peut conclure que le nombre positif est supérieur à la distance à zéro du nombre négatif.
<u>Les deux nombres sont de signes contraires et le nombre positif est celui qui admet la plus grande distance à zéro.</u>

N°91 page 23

1. Puisque le nombre de facteurs négatifs est le double du nombre de facteurs positifs, on en déduit que le nombre de facteurs négatifs est pair. Le produit sera donc positif.

2. Dans cette deuxième situation, en revanche, on ne peut pas conclure :
- Si le nombre de facteurs positifs est impair, le nombre de facteurs négatifs sera également impair (le produit de deux entiers impair est encore un entier impair) et le produit sera négatif.
- Si le nombre de facteurs positifs est pair, le nombre de facteurs négatifs sera également pair (le produit d'un entier par un entier pair est encore un entier pair) et le produit sera positif.