

Algorithme PanaMaths

→ Résolution de l'équation du second degré à coefficients réels

Introduction : quelques éléments mathématiques

On veut résoudre une équation de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ où les coefficients a , b et c sont réels et a non nul.

A une telle équation est associé un réel appelé « discriminant » et traditionnellement noté Δ . Il s'exprime comme suit en fonction des coefficients de l'équation :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

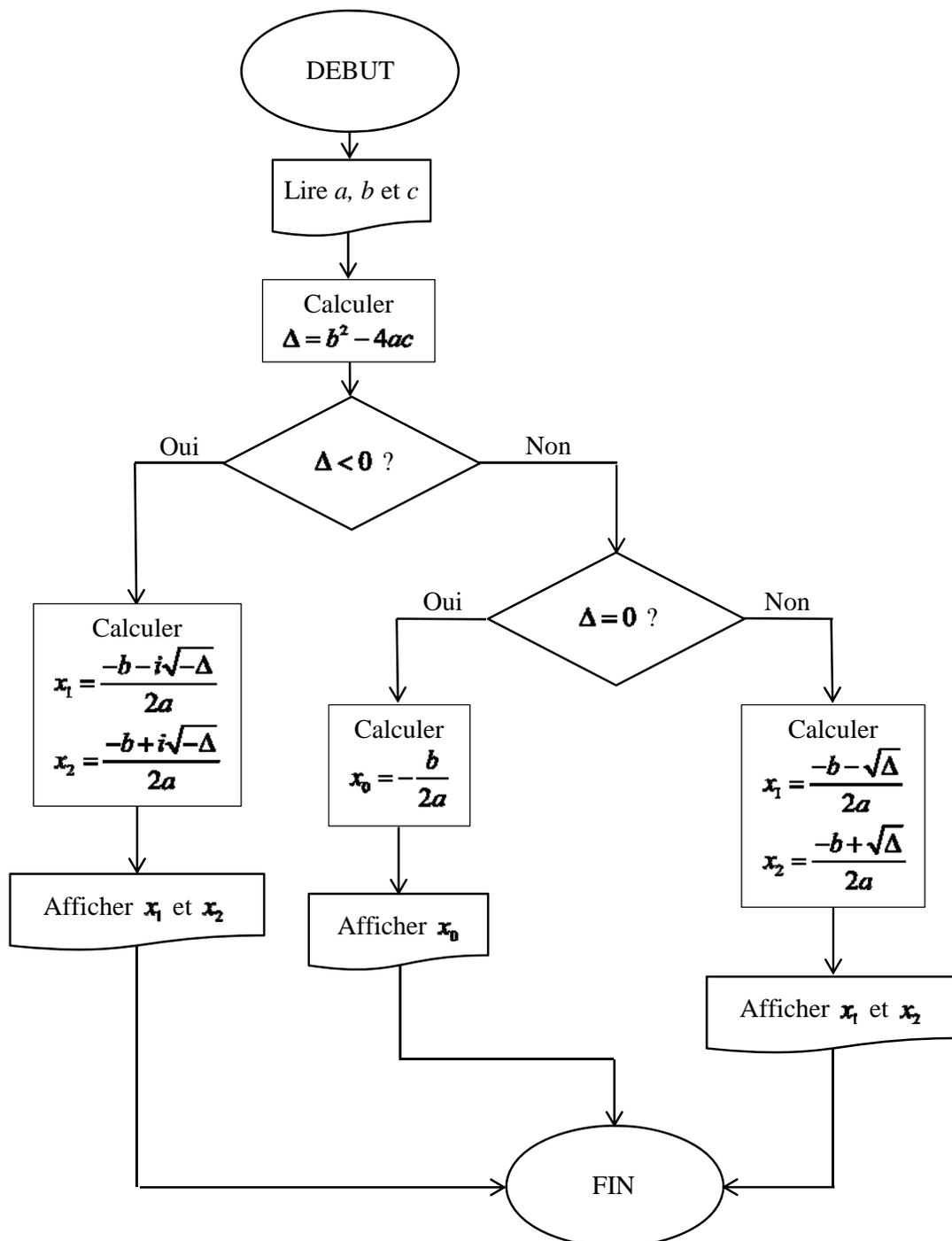
On a alors :

- Si $\Delta < 0$, l'équation n'admet pas de racine réelle mais admet deux racines complexes conjuguées : $\frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a}$ et $\frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a}$.
- Si $\Delta = 0$, l'équation admet une seule solution, le réel : $-\frac{b}{2a}$.
- Si $\Delta > 0$, l'équation admet deux solutions réelles distinctes : $\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.

L'algorithme correspondant conduit donc essentiellement la mise en œuvre de tests sur le réel Δ .

Dans l'algorithme proposé, on a choisi de calculer et afficher les racines complexes correspondant au cas $\Delta < 0$. Ce choix conduit à quelques difficultés de traitement et d'affichage supplémentaires par rapport au choix qui aurait consisté à afficher le message : « L'équation n'admet pas de racine réelle ».

Organigramme



Au niveau de la mise en œuvre de cet algorithme, on devra penser à ajouter à la lecture de la variable a un test pour garantir, avant de poursuivre par la lecture des autres coefficients, que le nombre saisi est bien non nul (cf. l'algorithme AlgoBox fourni ci-après).

On pourra également inclure des lignes pour un affichage soigné de l'équation (après saisie des coefficients par l'utilisateur) et des solutions obtenues. C'est ce qui a été fait dans l'algorithme proposé.

L'algorithme AlgoBox

Voici l'algorithme que vous pouvez tester en ligne :

2ndDegre - 01.05.2012

```
*****  
Résolution de l'équation du second degré à coefficients réels.  
*****
```

```
1  VARIABLES  
2    a EST_DU_TYPE NOMBRE  
3    b EST_DU_TYPE NOMBRE  
4    c EST_DU_TYPE NOMBRE  
5    DELTA EST_DU_TYPE NOMBRE  
6    RAC EST_DU_TYPE NOMBRE  
7    RAC2 EST_DU_TYPE NOMBRE  
8    RE_SOL EST_DU_TYPE NOMBRE  
9    IM_SOL EST_DU_TYPE NOMBRE  
10   ABS_b EST_DU_TYPE NOMBRE  
11   ABS_c EST_DU_TYPE NOMBRE  
12  DEBUT_ALGORITHME  
13    //Saisie des coefficients a, b et c.  
14    AFFICHER "Saisissez les coefficients a, b et c (Rappel :  
a doit être non nul !)"  
15    //Première saisie du coefficient a  
16    LIRE a  
17    TANT_QUE (a==0) FAIRE  
18      DEBUT_TANT_QUE  
19        AFFICHER "ATTENTION ! Le coefficient a doit être non  
nul !"  
20        LIRE a  
21      FIN_TANT_QUE  
22    //Le coefficient a saisi est non nul.  
23    AFFICHER "a = "  
24    AFFICHER a
```

www.panamaths.net
Résolution de l'équation du 2nd degré à coefficients réels

```
25  LIRE b
26  AFFICHER "b = "
27  AFFICHER b
28  LIRE c
29  AFFICHER "c = "
30  AFFICHER c
31  //Affichage "naturel" de l'équation à résoudre.
32  AFFICHER "Résolution de l'équation "
33  SI (a!=1) ALORS
34    DEBUT_SI
35      SI (a== -1) ALORS
36        DEBUT_SI
37          AFFICHER "-"
38        FIN_SI
39      SINON
40        DEBUT_SINON
41          AFFICHER a
42        FIN_SINON
43    FIN_SI
44  AFFICHER "x² "
45  SI (b!=0) ALORS
46    DEBUT_SI
47      SI (b==1) ALORS
48        DEBUT_SI
49          AFFICHER "+x"
50        FIN_SI
51      SINON
52        DEBUT_SINON
53          SI (b== -1) ALORS
54            DEBUT_SI
55              AFFICHER "-x"
56            FIN_SI
57          SINON
58            DEBUT_SINON
59              ABS_b PREND_LA_VALEUR abs(b)
60              SI (b<0) ALORS
61                DEBUT_SI
62                  AFFICHER "-"
63                FIN_SI
64              SINON
65                DEBUT_SINON
66                  AFFICHER "+"
67                FIN_SINON
68              AFFICHER ABS_b
69              AFFICHER "x"
70            FIN_SINON
71          FIN_SINON
72    FIN_SI
```

www.panamaths.net
Résolution de l'équation du 2nd degré à coefficients réels

```
73  SI (c!=0) ALORS
74      DEBUT_SI
75      ABS_c PREND_LA_VALEUR abs(c)
76      SI (c<0) ALORS
77          DEBUT_SI
78          AFFICHER "-"
79          FIN_SI
80      SINON
81          DEBUT_SINON
82          AFFICHER "+"
83          FIN_SINON
84      AFFICHER ABS_c
85      FIN_SI
86      AFFICHER " = 0"
87      //Calcul du discriminant associé à l'équation
88      DELTA PREND_LA_VALEUR pow(b,2)-4*a*c
89      AFFICHER "Le discriminant Delta associé à votre équation
vaut "
90      AFFICHER DELTA
91      //Résolution de l'équation suivant le signe de Delta.
92      SI (DELTA<0) ALORS
93          DEBUT_SI
94          //Cas où le discriminant est strictement négatif.
95          //Calcul des deux racines complexes conjuguées.
96          RE_SOL PREND_LA_VALEUR -b/(2*a)
97          IM_SOL PREND_LA_VALEUR sqrt(-DELTA)/(2*a)
98          AFFICHER "Votre équation n'admet pas de solution
réelle."
99          AFFICHER "L'équations admet deux racines complexes
conjuguées : "
100         SI (RE_SOL==0) ALORS
101             DEBUT_SI
102             SI (IM_SOL!=1) ALORS
103                 DEBUT_SI
104                 AFFICHER IM_SOL
105                 FIN_SI
106             AFFICHER "i"
107             FIN_SI
108         SINON
109             DEBUT_SINON
110             AFFICHER RE_SOL
111             AFFICHER "+"
112             AFFICHER IM_SOL
113             AFFICHER "i"
114             FIN_SINON
115         AFFICHER " et "
```

www.panamaths.net
Résolution de l'équation du 2nd degré à coefficients réels

```
116     SI (RE_SOL==0) ALORS
117         DEBUT_SI
118         AFFICHER "-"
119         SI (IM_SOL!=1) ALORS
120             DEBUT_SI
121             AFFICHER IM_SOL
122             FIN_SI
123         AFFICHER "i"
124         FIN_SI
125     SINON
126         DEBUT_SINON
127         AFFICHER RE_SOL
128         AFFICHER "-"
129         AFFICHER IM_SOL
130         AFFICHER "i"
131         FIN_SINON
132     FIN_SI
133     SINON
134         DEBUT_SINON
135         SI (DELTA==0) ALORS
136             DEBUT_SI
137             //Cas où le discriminant est nul.
138             RAC PREND_LA_VALEUR -b/(2*a)
139             AFFICHER "Votre équation admet pour unique
solution : "
140             AFFICHER RAC
141             FIN_SI
142             SINON
143                 DEBUT_SINON
144                 //Cas où le discriminant est strictement
positif.
145                 RAC PREND_LA_VALEUR (-b-sqrt(DELTA))/(2*a)
146                 RAC2 PREND_LA_VALEUR (-b+sqrt(DELTA))/(2*a)
147                 AFFICHER "Votre équation admet deux solutions
réelles : "
148                 AFFICHER RAC
149                 AFFICHER " et "
150                 AFFICHER RAC2
151                 FIN_SINON
152             FIN_SINON
153     FIN_ALGORITHME
```

Remarques :

- Quelques commentaires ont été ajoutés pour rendre l'algorithme plus lisible.
- Les lignes 31 à 86 servent à « reconstruire » l'équation à résoudre à partir des coefficients fournis. On pourrait parfaitement s'en passer mais, outre le fait que l'affichage de l'équation rend l'exécution de l'algorithme plus « conviviale », il s'agit ici d'une bonne façon de pratiquer les tests du type « SI ... ALORS » ou « SI ... ALORS ... SINON ».
- Les lignes 92 à 132 correspondent au traitement du cas « $\Delta < 0$ ». Ici encore, un affichage soigné des racines complexes requiert de distinguer diverses situations.
- Les lignes 135 à 141 correspondent au traitement du cas « $\Delta = 0$ ».
- Les lignes 143 à 152 correspondent au traitement du cas « $\Delta > 0$ ».

Extensions

1. A titre de complément, on peut souhaiter, en fin d'algorithme, donner la forme factorisée (dans \mathbb{R} et/ou \mathbb{C}) du trinôme $ax^2 + bx + c$. Une fois les racines obtenues, il s'agit, ici encore, essentiellement, de construire des affichages corrects et élégants tenant compte d'une grande variété de situations.
2. Un peu plus délicate serait l'adaptation de l'algorithme à la résolution de l'équation du second degré à coefficients complexes. Plus délicate mais ... loin d'être impossible !