

Pondichéry – Avril 2008 - Exercice

Un centre d'appel comptait en 2001 soixante six employés. Le tableau ci-dessous donne l'évolution du nombre d'employés en fonction du rang de l'année.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'employés y_i	66	104	130	207	290	345	428

On cherche à étudier l'évolution du nombre y d'employés en fonction du rang x de l'année. Une étude graphique montre qu'un ajustement affine ne convient pas.

On pose alors $z = \sqrt{y} - 3$.

1. Recopier et compléter le tableau suivant (*on donnera les résultats sous forme décimale, arrondis au centième*).

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	5,12						

2. Représenter le nuage de points $M_i(x_i; z_i)$ associé à cette série statistique, dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm.
Un ajustement affine vous paraît-il approprié ? Justifier la réponse.
3. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés (*on donnera les coefficients sous forme décimale, arrondis au centième*).
Tracer cette droite sur le graphique précédent.

4. En utilisant cet ajustement, à partir de quelle année peut-on prévoir que l'effectif de ce centre d'appel dépassera 900 employés ?

Analyse

Un exercice sur le thème de l'ajustement (séries statistiques à deux variables) avec un changement de variable finalement assez peu classique pour un sujet de BAC. Il n'en résulte cependant pas de difficulté insurmontable !

Résolution

→ Question 1.

On obtient facilement :

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	5,12	7,20	8,40	10,39	14,03	15,57	17,69

→ Question 2.

A partir de ces deux séries de valeurs, on obtient le nuage de points associé (voir page suivante).

**Les points sont globalement alignés
et un ajustement affine peut raisonnablement être envisagé.**

→ Question 3.

A l'aide de la calculatrice, on obtient par la méthode des moindres carrés l'équation suivante de la droite de régression de z en x (les coefficients ont été arrondis au centième) :

$$z = 2,15x + 2,62$$

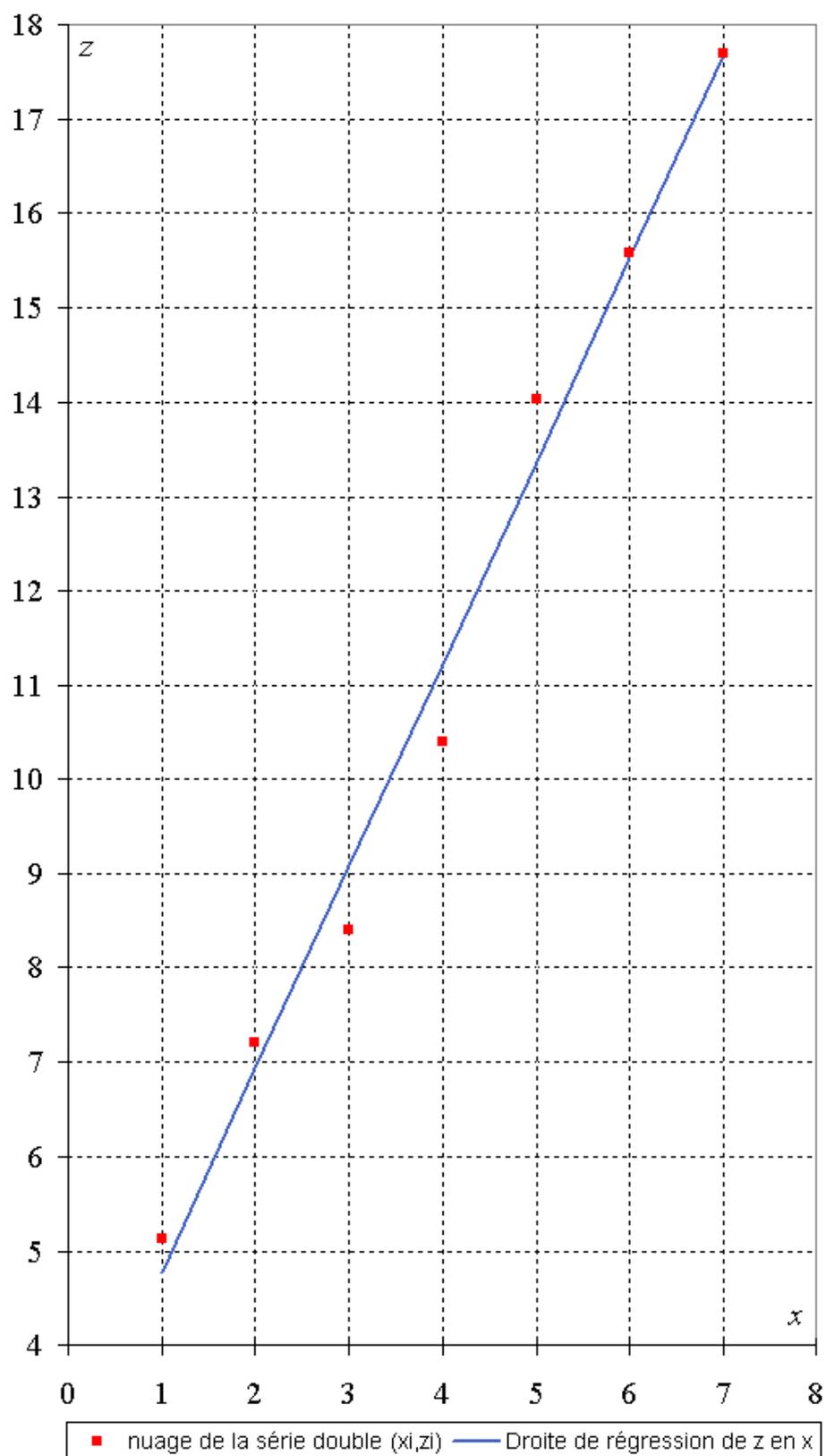
Une équation de la droite de régression de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés (coefficients arrondis au centième) s'écrit :

$$z = 2,15x + 2,62$$

→ Question 4.

$y \geq 900$ équivaut à $\sqrt{y} \geq 30$ puis $\sqrt{y} - 3 \geq 27$. Il convient donc ici de résoudre l'inéquation :

$$z \geq 27$$



*Le nuage de points associé à la série double (x_i, z_i)
et la droite de régression de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés.*

En utilisant l'ajustement obtenu à la question précédente, il vient alors :

$$2,15x + 2,62 \geq 27$$

Cette inéquation se résout comme suit :

$$2,15x + 2,62 \geq 27$$

$$\Leftrightarrow 2,15x \geq 24,38$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{24,38}{2,15}$$

Comme $\frac{24,38}{2,15} \approx 11,34$, on retient pour x la valeur 12.

Le rang 12 correspond à l'année : $2000 + 12 = 2012$.

L'effectif du centre d'appel aura dépassé 900 employés à partir de 2012.