Déterminer :

$$\int \sin(2x) e^{\cos(2x)} dx$$

Analyse

Il convient d'identifier, à un facteur multiplicatif près, la dérivée de la composée de deux fonctions.

Résolution

La fonction *f* fournie est définie sur $I = \mathbb{R}$. On détermine les primitives sur cet intervalle.

Comme $\left(\cos(2x)\right)' = -2\sin(2x)$, la fonction *f* est <u>comparable</u> à une dérivée de la forme :

$u'(x)e^{u(x)} = \left(e^{u(x)}\right)'$ avec $u(x) = \cos(2x)$.

Mais on a : $\left(e^{\cos(2x)}\right)' = \left(\cos(2x)\right)' e^{\cos(2x)} = -2\sin(2x)e^{\cos(2x)} = -2f(x)$.

On en déduit : $f(x) = -\frac{1}{2}\left(e^{\cos(2x)}\right)' = \left(-\frac{1}{2}e^{\cos(2x)}\right)'$.

La fonction $F(x) = -\frac{1}{2}e^{\cos(2x)}$ est donc une primitive de *f* et on en déduit finalement que les primitives de *f* sont de la forme :

$$-\frac{1}{2}e^{\cos(2x)} + C$$

où C est une constante réelle quelconque.

Résultat final

$$\int \sin(2x)e^{\cos(2x)}dx = -\frac{1}{2}e^{\cos(2x)} + C$$

où C est une constante réelle quelconque.