

Déterminer une primitive de la fonction h définie sur \mathbb{R} par :

$$h(x) = -11(6x+5)(3x^2+5x-12)$$

Analyse

La fonction h est, à un facteur multiplicatif près, le produit d'une fonction par sa dérivée ...

Résolution

Considérons la fonction polynôme u définie sur \mathbb{R} par :

$$u : x \mapsto 3x^2 + 5x - 12$$

En tant que fonction polynôme, elle est dérivable sur \mathbb{R} et sa dérivée u' s'écrit :

$$u : x \mapsto 6x + 5$$

Pour tout x réel, il vient alors : $h(x) = -11u'(x)u(x)$.

Or, la fonction $u'u$ admet la fonction $\frac{1}{2}u^2$ comme primitive. On en déduit que la fonction

$x \mapsto (6x+5)(3x^2+5x-12)$ admet comme primitive la fonction $x \mapsto \frac{1}{2}(3x^2+5x-12)^2$.

Finalement, pour obtenir une primitive de la fonction h , il suffit de multiplier la fonction que nous venons d'obtenir par -11 :

$$x \mapsto \frac{-11}{2}(3x^2+5x-12)^2$$

Résultat final

Une primitive sur \mathbb{R} de la fonction h définie par $h(x) = -11(6x+5)(3x^2+5x-12)$ est la fonction définie par :

$$x \mapsto \frac{-11}{2}(3x^2+5x-12)^2$$