

Soit la fonction  $F$  définie par  $F : x \mapsto \sqrt{\frac{x+1}{x-2}}$  sur  $]-\infty; -1] \cup ]2; +\infty[$ .

Démontrer qu'il s'agit d'une primitive de la fonction  $f$  définie sur  $]-\infty; -1] \cup ]2; +\infty[$  par :

$$f : x \mapsto -\frac{3}{2} \frac{\sqrt{\frac{x+1}{x-2}}}{(x+1)(x-2)}$$

---

## Analyse

On dérive la fonction  $F$  ...

---

## Résolution

La fonction  $F$  apparaît comme la composée des fonctions  $u$  et  $v$  définies par :

$$u(x) = \frac{x+1}{x-2} \text{ et } v(x) = \sqrt{x}$$

Calculons les dérivées de ces deux fonctions :

$$u'(x) = \frac{1 \times (x-2) - (x+1) \times 1}{(x-2)^2} = \frac{x-2-x-1}{(x-2)^2} = \frac{-3}{(x-2)^2} \text{ et } v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

On en déduit alors pour tout  $x$  de  $]-\infty; -1] \cup ]2; +\infty[$  :

$$\begin{aligned} F'(x) &= \frac{-3}{(x-2)^2} \times \frac{1}{2\sqrt{\frac{x+1}{x-2}}} = -\frac{3}{2} \frac{1}{(x-2)^2 \sqrt{\frac{x+1}{x-2}}} \\ &= -\frac{3}{2} \frac{\sqrt{\frac{x+1}{x-2}}}{(x-2)^2 \sqrt{\frac{x+1}{x-2}} \times \sqrt{\frac{x+1}{x-2}}} = -\frac{3}{2} \frac{\sqrt{\frac{x+1}{x-2}}}{(x-2)^2 \frac{x+1}{x-2}} \\ &= -\frac{3}{2} \frac{\sqrt{\frac{x+1}{x-2}}}{(x-2)(x+1)} = f(x) \end{aligned}$$

---

## Résultat final

La fonction  $F : x \mapsto \sqrt{\frac{x+1}{x-2}}$  est une primitive de la fonction  $f : x \mapsto -\frac{3}{2} \frac{\sqrt{x+1}}{(x-2)(x+1)}$   
sur l'intervalle  $]-\infty; -1[ \cup ]2; +\infty[$ .