Déterminer une primitive de la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}^{+*}$ par :

$$f(x)=\frac{11+x^2}{x^4}$$

Analyse

On peut, en coupant la fraction, faire apparaître une somme de puissances (d'exposants négatifs …).

Résolution

On a, pour tout réel *x* de $\mathbb{R}^{+*}$:

$$f(x)=\frac{11+x^2}{x^4}=\frac{11}{x^4}+\frac{x^2}{x^4}=\frac{11}{x^4}+\frac{1}{x^2}=11x^{-4}+x^{-2}$$

Pour $n\neq -1$, une primitive de la fonction $x\mapsto x^n$ est la fonction $x\mapsto \frac{1}{n+1}x^{n+1}$. Si on note *F* une primitive de la fonction *f*, on a alors :

$$F(x)=11\frac{1}{-4+1}x^{-4+1}+\frac{1}{-2+1}x^{-2+1}=-\frac{11}{3}x^{-3}-x^{-1}=-\frac{11}{3x^3}-\frac{1}{x}$$

Remarque : on peut aussi directement intégrer $x\mapsto\frac{1}{x^2}$ en notant qu'il s'agit de l'opposée de la dérivée de $x\mapsto\frac{1}{x}$.

Résultat final

La fonction $F:x\mapsto -\frac{11}{3x^3}-\frac{1}{x}$ est une primitive de la fonction $f:x\mapsto\frac{11+x^2}{x^4}$ sur l'intervalle $\mathbb{R}^{+*}$.