Déterminer une primitive de la fonction *f* sur l'intervalle $I = \left]\frac{5}{2};+\infty\right[$:

$$f(x)=\frac{7}{(2x-5)^3}$$

Analyse

La fonction dérivée de la fonction $x \mapsto 2x-5$ admet une dérivée simple. On peut alors identifier une expression de la forme $u'(x).u^n(x)$ dans l'expression de $f(x)$.

Résolution

La fonction dérivée de la fonction $x \mapsto 2x-5$ est la fonction $x \mapsto 2$.

On peut alors récrire $f(x)$ comme suit :

$$f(x)=\frac{7}{(2x-5)^3}=7(2x-5)^{-3}=\frac{7}{2}\times 2\times(2x-5)^{-3}$$

Cette expression est de la forme $k.u'(x).u^n(x)$ avec :

- $k=\frac{7}{2}$;
- $u(x)=2x-5$;
- $n=-3$.

Or, une primitive de $u'.u^n$ (lorsque $n \neq -1$) est la fonction : $\frac{1}{n+1}u^{n+1}$. On en déduit ici qu'une primitive de la fonction *f* sur l'intervalle $\left]\frac{5}{2};+\infty\right[$ est la fonction *F* définie par :

$$F(x)=\frac{7}{2}\times\frac{1}{-3+1}\times(2x-5)^{-3+1}=\frac{7}{2}\times\frac{1}{-2}\times(2x-5)^{-2}=-\frac{7}{4}\times\frac{1}{(2x-5)^2}$$

Résultat final

La fonction $F : x \mapsto -\frac{7}{4} \times \frac{1}{(2x-5)^2}$ est une primitive de la fonction $f : x \mapsto \frac{7}{(2x-5)^3}$ sur l'intervalle $\left]\frac{5}{2};+\infty\right[$.