

Déterminer les primitives sur $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$ de la fonction f définie par :

$$f(x) = \tan^2 x$$

Analyse

L'expression de $f(x)$ est proche d'une dérivée classique ...

Résolution

On a, pour tout réel x de l'intervalle : $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[: f(x) = \tan^2 x = (\tan x + 1) - 1$.

On a ainsi fait apparaître la dérivée de la fonction tangente. On en déduit alors que la fonction F définie par :

$$\forall x \in \left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[, F(x) = \tan x - x$$

est une primitive de la fonction f sur $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$.

Les primitives de la fonction f sur $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$ sont donc les fonctions de la forme :

$$x \mapsto \tan x - x + C$$

où C est une constante réelle quelconque.

Résultat final

La fonction $f : x \mapsto \tan^2 x$ admet pour primitives sur $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$ les fonctions définies par :

$$x \mapsto \tan x - x + C$$

où C est une constante réelle quelconque.