Déterminer les primitives sur $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ de la fonction *f* définie par :

$$f(x)=\frac{\tan^{11} x}{\cos^2 x}$$

Analyse

L'expression de $f(x)$ peut être récrite sous la forme d'un produit dont l'un des facteurs est une dérivée classique …

Résolution

On a, pour tout réel *x* de l'intervalle : $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$:

$$f(x)=\frac{\tan^{11} x}{\cos^2 x}=\frac{1}{\cos^2 x}\times\tan^{11} x$$

On a ainsi fait apparaître la dérivée de la fonction tangente. On peut donc écrire :

$$f(x)=u'(x)\times u^n(x)$$

avec : $u(x)=\tan x$ et $n=11$.

On en déduit alors que la fonction *F* définie par :

$$\forall x\in\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[,\ F(x)=\frac{1}{12}\tan^{12} x$$

est une primitive de la fonction *f* sur $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$.

Les primitives de la fonction *f* sur $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ sont donc les fonctions de la forme :

$$x\mapsto\frac{1}{12}\tan^{12} x+C$$

Où *C* est une constante réelle quelconque.

Résultat final

La fonction $f : x \mapsto \frac{\tan^{11} x}{\cos^2 x}$ admet pour primitives sur $\left]-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right[$ les fonctions définies par :

$$x \mapsto \frac{1}{12}\tan^{12} x + C$$

Où C est une constante réelle quelconque.