

Déterminer les primitives sur  $\mathbb{R}$  de la fonction  $f$  définie par :

$$f(x) = \cos^3 x$$

On utilisera :  $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ .

---

## Analyse

L'indication fournie permet de simplifier l'expression en faisant apparaître une différence dont on sait intégrer chaque terme.

---

## Résolution

On a, pour tout réel  $x$  réel :

$$f(x) = \cos^3 x = \cos x \times \cos^2 x = \cos x \times (1 - \sin^2 x) = \cos x - \cos x \sin^2 x$$

Le premier terme de cette différence s'intègre sans difficulté. Quant à la fonction  $x \mapsto \cos x \sin^2 x$ , elle est de la forme  $x \mapsto u'(x) \times u^n(x)$  avec  $u : x \mapsto \sin x$  et  $n = 2$ . On a donc, en notant  $F$  une primitive quelconque de  $f$  sur  $\mathbb{R}$  :

$$F(x) = \sin x - \frac{1}{3} \sin^3 x + C$$

Où  $C$  est une constante réelle quelconque.

---

## Résultat final

La fonction  $f : x \mapsto \cos^3 x$  admet pour primitives sur  $\mathbb{R}$  les fonctions définies par :

$$x \mapsto \sin x - \frac{1}{3} \sin^3 x + C$$

où  $C$  est une constante réelle quelconque.