

Calculer la valeur moyenne sur l'intervalle $[1;19]$ de la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{9}{x+8}$$

Analyse

Un exercice d'application directe du cours. La détermination d'une primitive ne pose pas de problème particulier.

Résolution

La fonction $x \mapsto 9 \ln(x+8)$ est une primitive de la fonction f sur l'intervalle considéré.

Si on note m la valeur moyenne cherchée, on a alors :

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{19-1} \int_1^{19} \frac{9}{x+8} dx \\ &= \frac{1}{18} \times [9 \ln(x+8)]_1^{19} \\ &= \frac{1}{2} (\ln(19+8) - \ln(1+8)) \\ &= \frac{1}{2} (\ln 27 - \ln 9) \\ &= \frac{1}{2} (\ln 3^3 - \ln 3^2) \\ &= \frac{1}{2} (3 \ln 3 - 2 \ln 3) \\ &= \frac{1}{2} \ln 3 \end{aligned}$$

Résultat final

La valeur moyenne de la fonction $x \mapsto \frac{9}{x+8}$ sur l'intervalle $[1;19]$ est égale à $\frac{1}{2} \ln 3$.