Résoudre :

$$-3(\ln x)^2 + 19\ln x + 14 = 0 \qquad \text{(E)}$$

Analyse

On pose la condition d'existence du logarithme népérien puis on effectue un changement de variable pour se ramener à un type d'équation connu.

Résolution

$\ln x$ est défini si, et seulement si, on a : $x > 0$. On cherche donc des solutions dans $]0,+\infty[$.

Posons alors : $X = \ln x$. Avec cette nouvelle variable, l'équation (E) se récrit :

$$-3X^2 + 19X + 14 = 0$$

Le discriminant vaut : $\Delta = 19^2 - 4.(-3).14 = 361 + 168 = 529 = 23^2$.

On en tire les deux racines réelles :

$$X_1 = \frac{-19-23}{-6} = \frac{-42}{-6} = 7 \text{ et } X_2 = \frac{-19+23}{-6} = \frac{4}{-6} = -\frac{2}{3}$$

En revenant à la variable initiale, on obtient les deux solutions de l'équation (E) :

$$x_1 = e^{X_1} = e^7 \simeq 1096,633 \text{ et } x_2 = e^{X_2} = e^{-\frac{2}{3}} \simeq 0,513$$

Les valeurs fournies sont des valeurs approchées à 10^{-3} près.

Résultat final

L'ensemble des solutions de l'équation (E) est l'ensemble :

$$S = \left\{ e^{-\frac{2}{3}}, e^7 \right\}$$