

Résoudre :

$$(x+5)\ln(x+3)=0 \quad (\text{E})$$

---

## Analyse

On considère la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = (x+5)\ln(x+3)$ . C'est un produit de deux fonctions « classiques ». Ce produit est nul si, et seulement si, l'un des deux facteurs est nul. Mais on doit garder présent à l'esprit le fait que  $\ln(x+3)$  doit être défini ...

---

## Résolution

D'après ce qui précède, on a :

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+3 > 0 \\ x+5 = 0 \text{ ou } \ln(x+3) = 0 \end{cases}$$

Or :  $x+5 = 0 \Leftrightarrow x = -5$ .

Mais avec  $x = -5$ , on a :  $x+3 = x+(-5) = -2 < 0$ . Pour cette valeur de  $x$ , le logarithme népérien n'est pas défini. On ne retient donc pas cette valeur.

Par ailleurs, le logarithme népérien ne s'annule que lorsque son argument est égal à 1.

D'où :  $\ln(x+3) = 0 \Leftrightarrow x+3 = 1 \Leftrightarrow x = 1-3 = -2$ .

L'équation (E) admet donc une seule solution :  $-2$ .

---

## Résultat final

L'ensemble des solutions de l'équation (E) est le singleton :  $S = \{-2\}$