Résoudre :

$$\ln\left(\frac{-3}{x}\right) > 0 \qquad \text{(E)}$$

Analyse

On considère la fonction *f* définie par : $f(x) = \ln\left(\frac{-3}{x}\right)$. C'est la composée de deux fonctions « classiques ». Pour déterminer le signe de *f* , on utilise le fait que le logarithme népérien est une fonction strictement croissante sur $\mathbb{R}^{+*}$ et s'annule lorsque son argument vaut 1.

Résolution

Afin de préciser la discussion, il est intéressant de déterminer l'ensemble de définition, D_f , de la fonction *f*.

On a : $x \in D_f \Leftrightarrow \frac{-3}{x} > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x} < 0 \Leftrightarrow x < 0 \Leftrightarrow D_f = \mathbb{R}^{-*}$.

On recherche donc les solutions de (E) dans l'intervalle : $]-\infty, 0[$.

D'après le préambule, la fonction *f* prendra des valeurs strictement positives si, et seulement si, l'argument du logarithme népérien, $\frac{-3}{x}$, est strictement supérieur à 1. C'est à dire :

$$x \text{ solution de (E)} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in D_f \\ f(x) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ \frac{-3}{x} > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ -3 < x \end{cases} \Leftrightarrow -3 < x < 0 \Leftrightarrow x \in]-3, 0[$$

Résultat final

L'ensemble des solutions de l'équation (E) est l'intervalle : $]-3, 0[$.