

Déterminer la primitive de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}^{+*}$  par :

$$f(x) = 7x - \frac{3}{x}$$

et s'annulant en 1.

---

## Analyse

La fonction  $f$  est la somme de deux fonctions simples. On cherche d'abord une primitive de chacune de ces fonctions.

---

## Résolution

La fonction  $x \mapsto 7x$  admet pour primitive la fonction  $x \mapsto \frac{7}{2}x^2$  sur  $\mathbb{R}^{+*}$ .

La fonction  $x \mapsto -\frac{3}{x}$  admet pour primitive la fonction  $x \mapsto -3 \ln x$  sur  $\mathbb{R}^{+*}$ .

Les primitives de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}^{+*}$  s'écrivent donc :

$$x \mapsto \frac{7}{2}x^2 - 3 \ln x + k$$

où  $k$  est une constante réelle.

On cherche la primitive s'annulant en 1.

Cette condition équivaut à :  $\frac{7}{2} \times 1^2 - 3 \ln 1 + k = 0$ , soit :  $k = -\frac{7}{2}$ .

Finalement, la primitive cherchée  $F$  est définie par :

$$F(x) = \frac{7}{2}x^2 - \frac{7}{2} - 3 \ln x = \frac{7}{2}(x^2 - 1) - 3 \ln x$$

---

## Résultat final

La primitive de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = 7x - \frac{3}{x}$$

et s'annulant en 1 est la fonction  $F$  définie par :

$$F(x) = \frac{7}{2}(x^2 - 1) - 3 \ln x$$