Résoudre :

$$\ln\left(\frac{2}{x}\right)=\ln(x)$$

Analyse

On doit, dans un premier temps, s'attacher à déterminer les ensembles sur lesquels les logarithmes népériens sont définis.

Résolution

$\ln\left(\frac{2}{x}\right)$ est défini pour $\frac{2}{x}>0$ et $x\neq 0$, soit $x>0$.

$\ln(x)$ est défini pour $x>0$.

Les deux logarithmes apparaissant dans l'équation sont donc définis pour $x>0$: on cherche donc des solutions strictement positives.

Pour $x>0$, l'équation est alors équivalente à : $\frac{2}{x}=x$. D'où : $x^2=2$.

On doit donc résoudre : $x^2-2=0$.

Comme : $x^2-2=\left(x-\sqrt{2}\right)\left(x+\sqrt{2}\right)$, on doit résoudre : $\left(x-\sqrt{2}\right)\left(x+\sqrt{2}\right)=0$.

Les solutions sont : $x_1=\sqrt{2}$ et $x_2=-\sqrt{2}$.

Puisque nous recherchons des solutions strictement positives, on ne conserve que $\sqrt{2}$.

Résultat final

L'ensemble des solutions de l'équation $\ln\left(\frac{2}{x}\right) = \ln(x)$ est :

$$\mathcal{S} = \left\{\sqrt{2}\right\}$$