Déterminer une primitive sur $]0\,;+\infty[$ de la fonction *f* définie par :

$$f(x)=\frac{1}{x+\sqrt{x}}$$

(Coup de pouce : mettre $\sqrt{x}$ en facteur au dénominateur)

Analyse

Le coup de pouce proposé permet de faire apparaître une expression de la forme $k\dfrac{u'}{u}$ …

Résolution

Pour tout réel *x* strictement positif, on a :

$$f(x)=\frac{1}{x+\sqrt{x}}=\frac{1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\frac{1}{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}+1}=\frac{2\times\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\sqrt{x}+1}=2\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\sqrt{x}+1}$$

La fonction $x\mapsto\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ est la dérivée sur $]0\,;+\infty[$ de la fonction $x\mapsto\sqrt{x}+1$. $f(x)$ est donc de la forme $f(x)=k\dfrac{u'(x)}{u(x)}$ avec $u(x)=\sqrt{x}+1$ et $k=2$. La fonction *u* prenant des valeurs strictement positives, on en tire finalement l'expression d'une primitive *F* de *f* sur $]0\,;+\infty[$:

$$F(x)=2\ln\left(\sqrt{x}+1\right)$$

Résultat final

La fonction $F:x\mapsto2\ln\left(\sqrt{x}+1\right)$ est une primitive de $f:x\mapsto\dfrac{1}{x+\sqrt{x}}$ sur $]0\,;+\infty[$.