

Résoudre :

$$\begin{cases} -x + y - z = 0 \\ 3x + 2y + z = -9 \\ -2x + 3y - 3z = 3 \end{cases} \quad (S)$$

Analyse

Au regard de la première ligne, on peut commencer par éliminer l'une des trois inconnues au choix (dans cette ligne, les coefficients des inconnues valent 1 ou -1). Nous avons choisi ici de commencer par éliminer l'inconnue y dans la deuxième et la troisième ligne. Les autres possibilités vous sont laissées en guise d'entraînement.

Résolution

$$\begin{cases} -x + y - z = 0 & (L_1) \\ 3x + 2y + z = -9 & (L_2) \\ -2x + 3y - 3z = 3 & (L_3) \end{cases}$$

Nous éliminons l'inconnue y dans la deuxième et la troisième ligne en effectuant les opérations suivantes sur les lignes :

$$(L_2) - 2(L_1) \text{ qui donne : } (3x + 2x) + (z + 2z) = -9 \Leftrightarrow \underline{5x + 3z = -9}$$

$$(L_3) - 3(L_1) \text{ qui donne : } (-2x + 3x) + (-3z + 3z) = 3 \Leftrightarrow \underline{x = 3}$$

La deuxième transformation nous a immédiatement fourni : $\boxed{x = 3}$

L'égalité $5x + 3z = -9$ nous donne alors : $z = \frac{1}{3}(-9 - 5x) = -3 - \frac{5}{3} \times 3 = -3 - 5 = -8$.

Soit : $\boxed{z = -8}$

En utilisant enfin la première ligne du système initial, il vient : $y = x + z = 3 - 8 = -5$.

Soit $\boxed{y = -5}$

L'unique solution du système (S) est le triplet : $(3; -5; -8)$.

Résultat final

L'unique solution du système (S) est le triplet : $(3; -5; -8)$.