Déterminer l'entier naturel n tel que le quotient et le reste de la division euclidienne de n par 7 sont les solutions de l'équation :

$$x^2 - 11x + 18 = 0$$

Analyse

Rappelons que la division euclidienne d'un entier naturel a par un entier naturel b (non nul) correspond à l'égalité (unique) $a = q \times b + r$ avec $0 \leq r < b$.
L'exercice commence par la résolution d'un équation du second degré. Reste alors à déterminer, parmi les deux solutions obtenues, celle qui correspond au reste de la division euclidienne considérée.

Résolution

Le discriminant Δ associé au trinôme $x^2 - 11x + 18$ vaut :

$$\Delta = (-11)^2 - 4 \times 1 \times 18 = 121 - 72 = 49 = 7^2$$

L'équation $x^2 - 11x + 18 = 0$ admet donc pour solutions : $\frac{-(-11)-7}{2} = \frac{11-7}{2} = \frac{4}{2} = 2$ et $\frac{-(-11)+7}{2} = \frac{11+7}{2} = \frac{18}{2} = 9$.

Puisque l'on a effectué la division euclidienne de n par 7, le reste est un entier naturel strictement inférieur à 7. Il s'agit donc de 2 et le quotient vaut donc 9. D'où :

$$n = 9 \times 7 + 2 = 63 + 2 = 65$$

L'entier naturel cherché vaut 65.