

Soit N un entier naturel dont l'écriture décimale se termine par un 5. Il existe donc un entier naturel n tel que : $N = 10n + 5$.

1. Exprimer N^2 en fonction de n .
2. Dédire de la question précédente une « technique » simple permettant de calculer (éventuellement mentalement) le carré d'un entier dont l'écriture décimale se termine par un 5.

Analyse

Une « technique » classique et assez élégante permettant des calculs mentaux rapides pour peu que N ne soit pas trop grand ! ☺

Résolution

Question 1.

A partir de $N = 10n + 5$, il vient : $N^2 = (10n + 5)^2 = 100n^2 + 100n + 25$.

Pour tout entier naturel N de la forme $N = 10n + 5$, on a : $N^2 = 100n^2 + 100n + 25$.

Question 2.

D'après la question précédente, nous avons : $N^2 = 100n^2 + 100n + 25 = 100 \times n(n+1) + 25$.

Le nombre $100 \times n(n+1)$ est un multiple de 100 et son écriture décimale se termine donc par « 00 ». Comme $N^2 = 100 \times n(n+1) + 25$, on peut donc affirmer que l'écriture décimale de N^2 se termine par 25. Par ailleurs, pour obtenir les chiffres précédant « 25 » dans l'écriture décimale de N^2 , il suffit de calculer le nombre $n \times (n+1)$.

Illustrons la démarche précédente à l'aide de deux exemples.

Soit $N = 75$. On a ici $N = 7 \times 10 + 5$ et donc $n = 7$.

Comme $n \times (n+1) = 7 \times 8 = 56$, le carré de 75 vaut 5 625.

Soit $N = 145$. On a ici $N = 14 \times 10 + 5$ et donc $n = 14$.

Comme $n \times (n+1) = 14 \times 15 = 210$, le carré de 145 vaut 21 025.

Evidemment, le calcul de $n \times (n+1)$ peut ne pas être simple mais avec de l'entraînement, la « technique » précédente permet de calculer mentalement assez « facilement » le carré d'un nombre de trois chiffres se terminant par un 5 ...

Pour calculer le carré d'un nombre de la forme $10n + 5$, on calcule $n \times (n+1)$
et on ajoute « 25 » à la fin de l'écriture décimale obtenue.