

Déterminer les deux entiers naturels p et q tels que :

- La somme de p et de q vaut 170.
- Dans la division euclidienne de p par q , le quotient vaut 12 et le reste 1.

Analyse

On traduit les deux données et on résout le système ainsi obtenu ...

Résolution

La somme de p et de q valant 170, on a : $p + q = 170$.

Dans la division euclidienne de p par q , le quotient vaut 12 et le reste 1. On a donc :

$$p = 12q + 1$$

On doit donc résoudre le système :

$$\begin{cases} p + q = 170 \\ p = 12q + 1 \end{cases}$$

On procède simplement par substitution :

$$\begin{aligned} \begin{cases} p + q = 170 \\ p = 12q + 1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 12q + 1 + q = 170 \\ p = 12q + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13q = 169 \\ p = 12q + 1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} q = 13 \\ p = 12q + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 13 \\ p = 12 \times 13 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 13 \\ p = 157 \end{cases} \end{aligned}$$

Résultat final

Les deux entiers cherchés sont $p = 157$ et $q = 13$.