A l'aide d'une table de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0;1)$ résoudre les équations suivantes :

(1) $\Pi(x)=0,7486$;

(2) $\Pi(x)=0,9884$;

(3) $\Pi(x)=0,9612$

(4) $P(T>x)=0,0951$;

(5) $P(T<x)=0,3974$;

(6) $P(-x<T<x)=0,99904$.

Analyse

Il s'agit d'équations que l'on résout par lecture directe dans la table, par interpolation si la valeur de la probabilité ne figure pas dans la table, en utilisant les propriétés de la fonction Π si la valeur proposée n'est pas supérieure à 0,5 (équation 5) ou si l'on doit résoudre une équation où T est encadrée (équation 6).

Résolution

$\boxed{\Pi(x)=0,7486}$

Par lecture directe dans la table, on obtient : $\boxed{x=0,67}$

$\boxed{\Pi(x)=0,9884}$

Comme dans le cas précédent, la valeur proposée de la probabilité figure dans la table et on lit directement : $\boxed{x=2,27}$

$\boxed{\Pi(x)=0,9612}$

Contrairement au deux cas précédent, la valeur 0,9612 n'apparaît pas directement dans la table. En revanche, on peut y lire : $\Pi(1,76)=0,9608$ et $\Pi(1,77)=0,9616$.

Comme $0,9612=\frac{0,9608+0,9616}{2}$, on peut déterminer x en effectuant une interpolation linéaire simple : $x=\frac{1,76+1,77}{2}=1,765$.

Finalement : $\boxed{x=1,765}$

$\boxed{\mathrm{P}(\mathrm{T}>x)=0,0951}$

On utilise la relation classique : $\mathrm{P}(\mathrm{T}>x)=1-\mathrm{P}(\mathrm{T}\leq x)=1-\Pi(x)$.

L'équation à résoudre se récrit donc :

$$1-\Pi(x)=0,0951$$

Soit :

$$\Pi(x)=1-0,0951=0,9049$$

La valeur 0,9049 apparaît dans la table et fournit : $\boxed{x=1,31}$.

$\boxed{\mathrm{P}(\mathrm{T}<x)=0,3974}$

Ici, la valeur de la probabilité est inférieure à 0,5. On en déduit que x sera négatif.

On utilise ici : $\mathrm{P}(\mathrm{T}<x)=\mathrm{P}(\mathrm{T}>-x)=1-\mathrm{P}(\mathrm{T}\leq -x)=1-\Pi(-x)$

L'équation à résoudre se récrit donc :

$$1-\Pi(-x)=0,3974$$

Soit :

$$\Pi(-x)=1-0,3974=0,6026$$

La valeur 0,6026 apparaît dans la table et fournit : $-x=0,26$.

Finalement : $\boxed{x=-0,26}$

$\boxed{\mathrm{P}(-x<\mathrm{T}<x)=0,99904}$

On utilise ici : $\mathrm{P}(-x<\mathrm{T}<x)=2\times\mathrm{P}(\mathrm{T}<x)-1=2\Pi(x)-1$.

L'équation se récrit donc : $2\Pi(x)-1=0,99904$.

D'où : $\Pi(x)=\frac{1+0,99904}{2}=0,99952$.

La valeur 0,99952 apparaît dans la table et fournit : $\boxed{x=3,3}$