

Résoudre l'équation :

$$e^{x(3x-1)} = 1$$

Analyse

Une équation simple qui requiert de connaître les propriétés fondamentales de l'exponentielle. On peut « transformer » l'équation de deux façons qui sont équivalentes ...

Résolution

Première approche

En tenant compte de $e^0 = 1$, l'équation se réécrit : $e^{x(3x-1)} = e^0$.

Écrire que deux exponentielles sont égales équivaut à écrire que leurs arguments le sont.

Il vient donc :

$$x(3x-1) = 0$$

On a affaire à une équation du second degré, le trinôme étant factorisé. On a immédiatement :

$$x = 0 \text{ ou } x = \frac{1}{3}.$$

Finalement :

$$\mathcal{S} = \left\{ 0; \frac{1}{3} \right\}$$

Deuxième approche

Les deux membres de l'équation étant strictement positifs, on peut écrire l'égalité de leurs logarithmes népériens :

$$\ln e^{x(3x-1)} = \ln 1$$

D'où :

$$x(3x-1) = 0$$

On retrouve l'équation obtenue précédemment.

Résultat final

L'équation $e^{x(3x-1)} = 1$ admet comme solutions : 0 et $\frac{1}{3}$.