Résoudre l'équation :

$$X^2 - 13X + 22 = 0$$

En déduire alors les solutions de l'équation :

$$e^x\left(e^x - 13\right) + 22 = 0$$

Analyse

La première équation est une équation du second degré qui ne pose pas de difficulté particulière
La seconde équation est, somme toute, proche de la première …

Résolution

Résolution de $X^2 - 13X + 22 = 0$

Le discriminant s'écrit : $\Delta = (-13)^2 - 4 \times 1 \times 22 = 169 - 88 = 81 = 9^2$

On en déduit que les solutions de cette équation sont :

$$X_1 = \frac{13-9}{2} = \frac{4}{2} = \boxed{2} \text{ et } X_2 = \frac{13+9}{2} = \frac{22}{2} = \boxed{11}$$

Résolution de l'équation $e^x\left(e^x - 13\right) + 22 = 0$

En développant, on obtient : $\left(e^x\right)^2 - 13e^x + 22 = 0$.

On pose alors : $X = e^x$ et on obtient : $X^2 - 13X + 22 = 0$.

D'après ce qui précède, l'équation $X^2 - 13X + 22 = 0$ admet comme solutions 2 et 11.

On doit donc résoudre : $e^x = 2$ et $e^x = 11$.
On obtient alors les deux solutions : $x_1 = \ln 2$ et $x_2 = \ln 11$.

Finalement, l'ensemble $\mathcal{S}$ des solutions de l'équation $e^x\left(e^x - 13\right) + 22 = 0$ est :

$$\mathcal{S} = \{\ln 2 ; \ln 11\}$$

Résultat final

L'équation $X^2 - 13X + 22 = 0$ admet comme solutions : 2 et 11.
L'équation $e^x\left(e^x - 13\right) + 22 = 0$ admet comme solutions : $\ln 2$ et $\ln 11$.