Résoudre l'équation :

$$3,2^x = 2,1$$

Analyse

L'exercice requiert de connaître la définition de la puissance d'exposant réel d'un nombre strictement positif …
On peut cependant procéder directement en utilisant le logarithme népérien.

Résolution

<u>1ère approche</u>

On a : $3,2^x = e^{x\ln 3,2}$ et $2,1 = e^{\ln 2,1}$.
L'équation initiale équivaut alors à : $e^{x\ln 3,2} = e^{\ln 2,1}$.
D'où : $x\ln 3,2 = \ln 2,1$.
Finalement : $x = \dfrac{\ln 2,1}{\ln 3,2}$.

$$\mathcal{S} = \left\{ \frac{\ln 2,1}{\ln 3,2} \right\}$$

<u>2ème approche</u>

Pour tout x réel, on a : $3,2^x > 0$.
Par ailleurs, on a : $2,1 > 0$.
L'égalité $3,2^x = 2,1$ équivaut donc à celle des logarithmes népériens.
Il vient donc : $\ln\left(3,2^x\right) = \ln 2,1$; soit : $x\ln 3,2 = \ln 2,1$.
On retrouve la solution précédente.

Remarque : $x = \dfrac{\ln 2,1}{\ln 3,2} \simeq 0,638$ à 10^{-3} près.

Résultat final

L'équation $3,2^x = 2,1$ admet comme ensemble de solution $\mathcal{S} = \left\{ \dfrac{\ln 2,1}{\ln 3,2} \right\}$.