

Une entreprise a doublé son chiffre d'affaires en 14 ans.
Calculer le taux d'augmentation annuel moyen du chiffre d'affaires sur cette période.

Analyse

Un exercice classique.
On pose une variable égale au taux recherché et on traduit l'énoncé.

Résolution

Soit t le taux recherché exprimé en pourcentage.

Puisqu'il s'agit d'un taux moyen, le chiffre d'affaires est multiplié chaque année par $1 + \frac{t}{100}$.

En n années, le chiffre d'affaires sera donc multiplié par $\left(1 + \frac{t}{100}\right)^n$.

Ici, on a : $n = 14$.

Dire que le chiffre d'affaires double en 14 ans équivaut à écrire : $\left(1 + \frac{t}{100}\right)^{14} = 2$.

Il vient alors : $1 + \frac{t}{100} = 2^{\frac{1}{14}}$.

D'où, finalement :

$$t = 100 \left(2^{\frac{1}{14}} - 1 \right) = 100 \left(e^{\frac{1}{14} \ln 2} - 1 \right)$$

Remarque : les deux écritures ci-dessus sont strictement équivalentes.

On obtient : $t \simeq 5,08$ à 10^{-2} près.

Résultat final

Un doublement du chiffre d'affaires d'une entreprise en 14 ans correspond à une augmentation annuelle moyenne de celui-ci d'environ 5,08%.