

Résoudre l'équation :

$$3^{4x-1} = 2^{-3-7x}$$

---

## Analyse

L'exercice requiert de connaître la définition de la puissance d'exposant réel d'un nombre strictement positif ...

On peut cependant procéder directement en utilisant le logarithme népérien.

---

## Résolution

### 1<sup>ère</sup> approche

On a :  $3^{4x-1} = e^{(4x-1)\ln 3}$  et  $2^{-3-7x} = e^{(-3-7x)\ln 2}$ .

L'équation initiale équivaut alors à :  $e^{(4x-1)\ln 3} = e^{(-3-7x)\ln 2}$ .

D'où :  $(4x-1)\ln 3 = (-3-7x)\ln 2$ .

On a alors :

$$\begin{aligned}(4x-1)\ln 3 &= (-3-7x)\ln 2 \\ \Leftrightarrow 4\ln 3 \times x - \ln 3 &= -3\ln 2 - 7\ln 2 \times x \\ \Leftrightarrow (4\ln 3 + 7\ln 2)x &= \ln 3 - 3\ln 2 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{\ln 3 - 3\ln 2}{4\ln 3 + 7\ln 2}\end{aligned}$$

Finalement :  $x = \frac{\ln 3 - 3\ln 2}{4\ln 3 + 7\ln 2}$ .

$$\mathcal{S} = \left\{ \frac{\ln 3 - 3\ln 2}{4\ln 3 + 7\ln 2} \right\}$$

### 2<sup>ème</sup> approche

Pour tout  $x$  réel, on a :  $3^{4x-1} > 0$  et  $2^{-3-7x} > 0$ .

L'égalité  $3^{4x-1} = 2^{-3-7x}$  équivaut donc à celle des logarithmes népériens.

Il vient donc :  $\ln(3^{4x-1}) = \ln(2^{-3-7x})$  ; soit :  $(4x-1)\ln 3 = (-3-7x)\ln 2$ .

On retrouve l'égalité et, de fait, la solution précédentes.

Remarque :  $x = \frac{\ln 3 - 3\ln 2}{4\ln 3 + 7\ln 2} \simeq -0,106$  à  $10^{-3}$  près.

---

## Résultat final

L'équation  $3^{4x-1} = 2^{-3-7x}$  admet comme ensemble de solution  $\mathcal{S} = \left\{ \frac{\ln 3 - 3 \ln 2}{4 \ln 3 + 7 \ln 2} \right\}$ .