

Déterminer :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (2e^x - 7x)$$

Analyse

Un exercice simple sur le thème des croissances comparées.
S'il y a forme indéterminée, on ne doit pas hésiter quant aux rapidités de croissance comparées des fonctions exponentielles et linéaires ...

Résolution

On a $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$ mais l'exponentielle croît beaucoup plus vite !

On peut donc écrire :

$$\text{Pour tout } x \text{ réel : } 2e^x - 7x = 2e^x \left(1 - \frac{7x}{2e^x} \right).$$

$$\text{Comme : } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} = 0^+, \text{ on a : } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{7x}{2e^x} \right) = 1 - \frac{7}{2} \times 0 = 1.$$

$$\text{Par ailleurs, } \lim_{x \rightarrow +\infty} 2e^x = +\infty$$

$$\text{Donc, finalement : } \lim_{x \rightarrow +\infty} 2e^x \left(1 - \frac{7x}{2e^x} \right) = +\infty$$

$$\text{C'est à dire : } \lim_{x \rightarrow +\infty} (2e^x - 7x) = +\infty$$

Résultat final

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (2e^x - 7x) = +\infty$$