Résoudre :

$$e^{\sin^2 x} = e$$

Analyse

On égalise classiquement les exposants …

Résolution

On a immédiatement :

$$e^{\sin^2 x} = e \Leftrightarrow e^{\sin^2 x} = e^1 \Leftrightarrow \sin^2 x = 1 \Leftrightarrow \sin^2 x - 1 = 0 \Leftrightarrow (\sin x - 1)(\sin x + 1) = 0$$

L'équation $(\sin x - 1)(\sin x + 1) = 0$ équivaut à : $\sin x - 1 = 0$ ou $\sin x + 1 = 0$.

Nous résolvons séparément ces deux équations :

→ Résolution de $\sin x - 1 = 0$

$$\sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \text{, où } k \in \mathbb{Z}$$

→ Résolution de $\sin x + 1 = 0$

$$\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \text{, où } k \in \mathbb{Z}$$

On a alors :

$$\left(x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z} \text{ ou } x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z} \right) \Leftrightarrow \left(x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z} \right)$$

Finalement :

$$\boxed{e^{\sin^2 x} = e \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}}$$

Résultat final

$$e^{\sin^2 x} = e \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$$