

Résoudre :

$$\sqrt[3]{x} - 5\sqrt{x} = 0$$

Analyse

On se ramène à une équation produit en factorisant. Cette manipulation est rendue d'autant plus aisée que l'on utilise une notation sous forme de puissances des racines.

Résolution

On résout l'équation sur \mathbb{R}_+ , domaine de définition des racines apparaissant dans l'équation.

On utilise alors l'écriture sous forme de puissances et on factorise :

$$\sqrt[3]{x} - 5\sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x^{\frac{1}{3}} - 5x^{\frac{1}{2}} = 0 \Leftrightarrow x^{\frac{1}{3}} \left(1 - 5x^{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} \right) = 0 \Leftrightarrow x^{\frac{1}{3}} \left(1 - 5x^{\frac{1}{6}} \right) = 0$$

On s'est ainsi ramené à une équation produit dont au moins un des facteurs est nul :

- $x^{\frac{1}{3}} = 0 \Leftrightarrow x = 0$;
- $1 - 5x^{\frac{1}{6}} = 0 \Leftrightarrow x^{\frac{1}{6}} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow x = \left(\frac{1}{5} \right)^6 = \frac{1}{5^6}$.

L'équation $\sqrt[3]{x} - 5\sqrt{x} = 0$ admet donc comme solutions : 0 et $\frac{1}{5^6}$.

Résultat final

L'équation $\sqrt[3]{x} - 5\sqrt{x} = 0$ admet donc comme solutions : 0 et $\frac{1}{5^6}$.