

On suppose que l'espace est muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ et on considère les points $A(1; -2; 5)$ et $B(3; -8; 3)$.

Déterminer une équation du plan médiateur du segment $[AB]$.

Analyse

Un exercice élémentaire sur la notion de plan médiateur.

Résolution

Le vecteur \overline{AB} est un vecteur normal du plan médiateur du segment $[AB]$.

On a facilement : $\overline{AB}(3-1; -8-(-2); 3-5)$, soit $\overline{AB}(2; -6; -2)$. Le vecteur

$\frac{1}{2}\overline{AB}(1; -3; -1)$ est également un vecteur normal de ce plan.

Son équation est donc de la forme :

$$x - 3y - z + d = 0 \quad (\text{E})$$

Or, ce plan contient le milieu I du segment $[AB]$ dont les coordonnées sont

$\left(\frac{1+3}{2}; \frac{-2+(-8)}{2}; \frac{5+3}{2}\right)$, soit $(2; -5; 4)$.

Les coordonnées de I vérifient l'équation (E). On a donc : $2 - 3 \times (-5) - 4 + d = 0$, soit $13 + d = 0$. Finalement : $d = -13$.

Résultat final

Une équation du plan médiateur du segment $[AB]$, avec $A(1; -2; 5)$ et $B(3; -8; 3)$, est :

$$x - 3y - z - 13 = 0$$