L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

On considère le plan $\mathscr{P}$ d'équation : $2x - y + 7z + 6 = 0$ et le point $M(1;-1;-3)$.

1. Calculer la distance d du point M au plan $\mathscr{P}$.
2. Donner une représentation paramétrique de la droite $\mathscr{D}$ passant par M et perpendiculaire au plan $\mathscr{P}$.

Analyse

Un exercice d'application directe du cours ne présentant pas de difficulté particulière.

Résolution

1. Le repère étant orthonormé on a, comme vecteur normal au plan $\mathscr{P}$: $\vec{n}(2;-1;7)$.
   On utilise alors la formule du cours :

$$d = \frac{|2\times1 - 1\times(-1) + 7\times(-3) + 6|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 7^2}} = \frac{|2+1-21+6|}{\sqrt{4+1+49}} = \frac{12}{\sqrt{54}} = \frac{12}{3\sqrt{6}} = \frac{2}{3}\sqrt{6}$$

La distance du point $M(1;-1;-3)$ au plan $\mathscr{P}$ est égale à $\frac{2}{3}\sqrt{6}$.

2. Comme le vecteur $\vec{n}(2;-1;7)$ est un vecteur normal au plan $\mathscr{P}$ et que la droite $\mathscr{D}$ lui est perpendiculaire, le vecteur $\vec{n}$ est un vecteur directeur de $\mathscr{D}$.

   On a alors : $P(x, y, z)$ est un point de $\mathscr{D}$ si, et seulement si, $\overrightarrow{MP}$ et $\vec{n}$ sont colinéaires.
   Ce qui équivaut, le vecteur $\vec{n}$ étant non nul, à l'existence d'un réel t tel que $\overrightarrow{MP} = t\,\vec{n}$.

Or, on a :

$$\overrightarrow{\mathrm{MP}} = t\vec{n} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=2t \\ y+1=-t \\ z+3=7t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1+2t \\ y=-1-t \\ z=-3+7t \end{cases}$$

En définitive, une représentation paramétrique de $\mathscr{D}$ est :

$$\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1-t \\ z=-3+7t \end{cases} \quad , \ t \in \mathbb{R}$$

Une représentation paramétrique de $\mathscr{D}$ est :

$$\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1-t \\ z=-3+7t \end{cases} \quad , \ t \in \mathbb{R}$$