Déterminer :

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{2^{n+1}+3^{n+1}}{2^n+3^n}\right)$$

Analyse

L'exercice ne présente pas de difficulté particulière dès lors que l'on fait apparaître les termes significatifs du numérateur et du dénominateur.

Résolution

Les termes significatifs du numérateur et du dénominateur sont, respectivement, 3^{n+1} et 3^n.
En les mettant en facteur, on obtient :

$$\frac{2^{n+1}+3^{n+1}}{2^n+3^n}=\frac{3^{n+1}\left(\frac{2^{n+1}}{3^{n+1}}+1\right)}{3^n\left(\frac{2^n}{3^n}+1\right)}=3\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}+1}{\left(\frac{2}{3}\right)^n+1}$$

Comme $\frac{2}{3}<1$, on a le résultat classique (voir le cours sur les suites réelles et l'étude des suites géométriques) : $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^n=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}=0$.

On en déduit alors : $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{2^{n+1}+3^{n+1}}{2^n+3^n}\right)=3$.

Résultat final

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{2^{n+1}+3^{n+1}}{2^n+3^n}\right)=3$$