Déterminer :

$$\lim_{n\to+\infty}\left(n\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)\right)$$

Analyse

On a $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{\pi}{n}\right)=0$ et donc $\lim_{n\to+\infty}\left(\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)\right)=0$. Nous sommes donc confrontés à une forme indéterminée du type « $+\infty\times 0$ ». L'indétermination se lève en utilisant une limite de fonction classique.

Résolution

Soit la suite réelle de terme général : $u_n = n\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)$.

On peut le récrire :

$$u_n = n\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)=\frac{\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)}{\frac{1}{n}}=\pi\frac{\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)}{\frac{\pi}{n}}$$

Or, on dispose du résultat classique : $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{x}\right)=1$. On en tire alors : $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)}{\frac{\pi}{n}}\right)=1$ et, finalement : $\lim_{n\to+\infty}u_n=\pi$.

Résultat final

$$\lim_{n\to+\infty}\left(n\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)\right)=\pi$$