

Soit A et B deux matrices telles que  $AB = A$  et  $BA = B$ .

Montrer que A et B sont idempotentes.

---

### Analyse

Il convient de démontrer que l'on a :  $A^2 = A$  et  $B^2 = B$ . Les matrices A et B jouant des rôles symétriques, on peut se contenter d'établir l'une ou l'autre de ces égalités.

---

### Résolution

On a :

$$\begin{aligned}A^2 &= AA \\ &= (AB)A \\ &= A(BA) \\ &= AB \\ &= A\end{aligned}$$

Le résultat est ainsi établi.

---

### Résultat final

Si deux matrices A et B sont telles que  $AB = A$  et  $BA = B$  alors elles sont idempotentes.