

Un magasin commercialise des voitures d'occasion.

Les voitures sont réparties selon trois catégories : entrée de gamme (EG), gamme moyenne (MG) et haut de gamme (HG).

Sur une année donnée, les voitures vendues par ce magasin chaque trimestre se répartissent comme suit :

	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
EG	28	35	15	25
MG	37	45	23	36
HG	11	13	5	10

Par exemple, au troisième trimestre, le magasin a vendu 23 voitures de la catégorie « gamme moyenne ».

Les prix unitaires moyens de ces voitures sont :

- 6 000€ pour l'entrée de gamme.
- 11 500€ pour la gamme moyenne.
- 20 000€ pour le haut de gamme.

1. Quel calcul matriciel permet d'obtenir la matrice (colonne) des chiffres d'affaires trimestriels réalisés par ce magasin pour l'année considérée ? Calculer cette matrice.
2. Quel calcul matriciel permet d'obtenir le chiffre d'affaires annuel total réalisé par ce magasin pour l'année considérée ? Calculer ce chiffre d'affaire.

Analyse

Dans cet exercice, la difficulté principale consiste à choisir les matrices appropriées à partir des données de l'énoncé qui ne sont pas toujours (loin s'en faut !) disposées selon le besoin du calcul matriciel ...

Résolution

Question 1.

Le chiffre d'affaires réalisé au premier trimestre est donné par le calcul :

$$28 \times 6\,000 + 37 \times 11\,500 + 11 \times 20\,000$$

Pour les autres trimestres, on retrouvera les prix moyens et les quantités changeront.

La forme du calcul et la remarque précédente nous conduisent à introduire les matrices :

- $QT = \begin{pmatrix} 28 & 37 & 11 \\ 35 & 45 & 13 \\ 15 & 23 & 5 \\ 25 & 36 & 10 \end{pmatrix}$ de dimension 4×3 correspondant aux quantités trimestrielles

vendues par catégorie de voiture. Ainsi, dans la deuxième ligne, on trouve les quantités vendues au 2^{ème} trimestre pour les catégories (de la première à la troisième colonne) entrée de gamme, gamme moyenne et haut de gamme.

- $P = \begin{pmatrix} 6\,000 \\ 11\,500 \\ 20\,000 \end{pmatrix}$ de dimension 3×1 correspondant aux prix de vente moyens par catégorie de voiture.

Dans ces conditions, le produit $QT \times P$, que nous nommons CAT , correspond à la matrice colonne (4×1) des chiffres d'affaires trimestriels :

$$\begin{aligned} CAT &= QT \times P \\ &= \begin{pmatrix} 28 & 37 & 11 \\ 35 & 45 & 13 \\ 15 & 23 & 5 \\ 25 & 36 & 10 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 6\,000 \\ 11\,500 \\ 20\,000 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 28 \times 6\,000 + 37 \times 11\,500 + 11 \times 20\,000 \\ 35 \times 6\,000 + 45 \times 11\,500 + 13 \times 20\,000 \\ 15 \times 6\,000 + 23 \times 11\,500 + 5 \times 20\,000 \\ 25 \times 6\,000 + 36 \times 11\,500 + 10 \times 20\,000 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 813\,500 \\ 987\,500 \\ 454\,000 \\ 764\,000 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

La matrice colonne des chiffres d'affaires trimestriels est donnée par le calcul :

$$\begin{pmatrix} 28 & 37 & 11 \\ 35 & 45 & 13 \\ 15 & 23 & 5 \\ 25 & 36 & 10 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 6\,000 \\ 11\,500 \\ 20\,000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 813\,500 \\ 987\,500 \\ 454\,000 \\ 764\,000 \end{pmatrix}$$

Question 2.

Pour obtenir le chiffre d'affaires total réalisé par le magasin pendant l'année considérée, il convient d'additionner les éléments de la matrice colonne de dimension 4×1 obtenue à la question précédente. Pour ce faire, on multiplie classiquement la matrice ligne de dimension

$$1 \times 4 : (1 \quad 1 \quad 1 \quad 1) \text{ par la matrice } \begin{pmatrix} 813\,500 \\ 987\,500 \\ 454\,000 \\ 764\,000 \end{pmatrix} :$$

$$(1 \quad 1 \quad 1 \quad 1) \times \begin{pmatrix} 813\,500 \\ 987\,500 \\ 454\,000 \\ 764\,000 \end{pmatrix} = (1 \times 813\,500 + 1 \times 987\,500 + 1 \times 454\,000 + 1 \times 764\,000) = (3\,019\,000)$$

Le chiffre d'affaires annuel est donné par le calcul :

$$(1 \quad 1 \quad 1 \quad 1) \times \begin{pmatrix} 813\,500 \\ 987\,500 \\ 454\,000 \\ 764\,000 \end{pmatrix} = (3\,019\,000)$$