

Déterminer :

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left(x^3 (\ln x)^2 \right)$$

Analyse

Il convient ici de faire apparaître une expression dont la limite en 0 est classique

Résolution

On sait que l'on a : $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} (x \ln x) = 0$.

On en déduit :

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left((x \ln x)^2 \right) = 0 = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left(x^2 (\ln x)^2 \right)$$

Comme, trivialement : $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} x = 0$, il vient finalement :

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left(x^3 (\ln x)^2 \right) = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left(x (x \ln x)^2 \right) = 0 \times 0 = 0$$

Résultat final

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left(x^3 (\ln x)^2 \right) = 0$$