

Soit f et g deux fonctions définies et continues sur \mathbb{R} .

Soit la fonction h définie sur \mathbb{R} par : $h = \max(f, g)$.

Montrer que la fonction h est continue sur \mathbb{R} .

Analyse

Il est quelques formules à connaître ! Celles donnant le max et le min d'un couple de réel sont souvent bien pratiques. C'est le cas pour cet exercice...

Résolution

Rappelons que l'on a, pour tous réels a et b : $\max(a, b) = \frac{a+b+|a-b|}{2}$ (au passage, ne nous privons pas : $\min(a, b) = \frac{a+b-|a-b|}{2}$). On a donc ici : $h = \max(f, g) = \frac{1}{2}(f + g + |f - g|)$.

Les fonctions f et g étant définies et continues sur \mathbb{R} , il en va de même pour les fonctions $f + g$ et $f - g$. Les fonctions $f - g$ et valeur absolue étant définies et continues sur \mathbb{R} , il en va de même pour la fonction composée $|f - g|$. Enfin, les fonctions $f + g$ et $|f - g|$ étant définies et continues sur \mathbb{R} , il en va de même pour leur somme $f + g + |f - g|$ et enfin pour h .

Le résultat est ainsi établi.

Résultat final

Pour toutes fonctions f et g définies et continues sur \mathbb{R} , la fonction

$$h = \max(f, g) = \frac{1}{2}(f + g + |f - g|) \text{ est également continue sur } \mathbb{R}.$$