

DS DE PHYSIQUE MODELISATION

Calculatrice autorisée

*Cette épreuve est constituée de deux parties indépendantes.***Rédaction sur copies séparées:***Une copie traitant les questions marquées par un trait dans la marge (corrigée par le professeur de physique)**Une copie traitant les questions non marquées dans la marge (corrigée par le professeur d'informatique)***Problème 1 Equation de Poisson****I.1 - Établissement de l'équation****Q1.** Rappeler l'équation de Maxwell-Gauss ainsi que la relation entre le champ \vec{E} et le potentiel électrostatique V . En déduire l'équation de Poisson :

$$\Delta V + \frac{\rho}{\varepsilon_0} = 0 .$$

Préciser les noms et les unités usuelles de ρ et ε_0 .**Q2.** Citer plusieurs situations physiques en dehors de l'électrostatique pour lesquelles il existe une équation analogue.**I.2 - Équation adimensionnée pour un problème plan**On veut résoudre l'équation de Poisson dans une portion de plan \mathcal{P} carrée de côté L . On pose :

$$X = x/L, Y = y/L .$$

Q3. Montrer qu'on peut écrire l'équation sous la forme suivante :

$$\frac{\partial^2 V(X, Y)}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V(X, Y)}{\partial Y^2} + \rho'(X, Y) = 0$$

où $\rho'(X, Y)$ sera exprimé en fonction de ρ , L et ε_0 .**I.3 - Discrétisation**Afin de résoudre numériquement l'équation de Poisson, on va utiliser un maillage de \mathcal{P} , de pas $h = 1/N$, et on va transformer les dérivées partielles par des différences entre les valeurs de V aux différents points du maillage (on parle aussi des *nœuds* du maillage). La **figure 1** (page suivante) représente le maillage de \mathcal{P} pour $N = 5$.

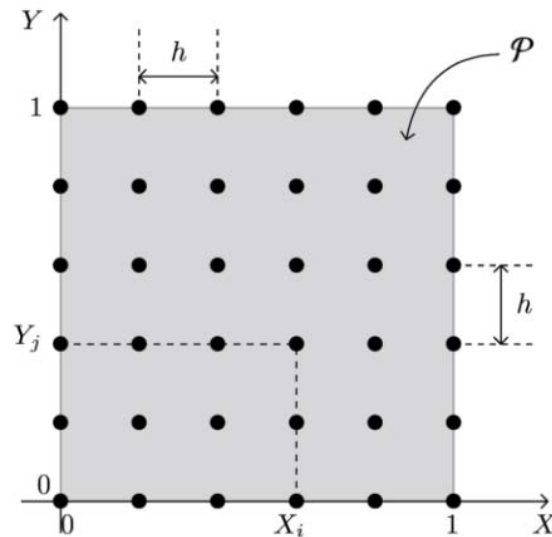


Figure 1 – Maillage de \mathcal{P} pour $N = 5$

- Q4.** En faisant un développement limité à l'ordre 2 autour du point de coordonnées (X_i, Y_j) , montrer qu'on peut exprimer la valeur de $\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}$ en ce point sous la forme suivante :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} = \frac{V(X_i + h, Y_j) + V(X_i - h, Y_j) + V(X_i, Y_j + h) + V(X_i, Y_j - h) - 4V(X_i, Y_j)}{h^2} + O(h).$$

- Q5.** Comme $X_i = ih$ et $Y_j = jh$, on note désormais $V(i, j)$ le potentiel $V(X_i, Y_j)$ en un point (X_i, Y_j) du maillage. Montrer alors qu'on peut écrire l'équation de Poisson sous la forme suivante :

$$V(i + 1, j) + V(i - 1, j) + V(i, j + 1) + V(i, j - 1) - 4V(i, j) + \rho''(i, j) = 0 \quad (1)$$

$\rho''(i, j)$ étant une fonction à définir en fonction de ρ, L, ε_0 et h .

I.4 - Résolution

La fonction $\rho''(i, j)$ étant connue, on montre en mathématiques que la solution de l'équation de Poisson est unique si on fixe les conditions aux limites sur la frontière \mathcal{F} du domaine \mathcal{P} . Ces conditions sont essentiellement de deux types :

- on impose le potentiel en tout point de \mathcal{F} (conditions de Dirichlet),
- on impose une condition sur les dérivées partielles de V en tout point de \mathcal{F} (conditions de Neumann).

Dans ce problème, on ne va considérer que des conditions de Dirichlet.

La frontière \mathcal{F} contient naturellement les points du bord de \mathcal{P} (donc appartenant aux quatre côtés du carré), mais elle peut aussi contenir certains points à l'intérieur de \mathcal{P} où le potentiel est fixé en raison de la présence d'électrodes.

L'ensemble des points de coordonnées (i, j) est donc composé de deux sous-ensembles :

- ceux dont le potentiel est connu, appartenant à la frontière \mathcal{F} ,
- ceux dont le potentiel est inconnu, appartenant à \mathcal{P} mais pas à \mathcal{F} (donc dans $\mathcal{P} \setminus \mathcal{F}$).

Méthode de Jacobi

À partir de l'équation (1), on peut exprimer :

$$V(i, j) = \frac{1}{4}(V(i + 1, j) + V(i - 1, j) + V(i, j + 1) + V(i, j - 1) + \rho''(i, j)). \quad (2)$$

La résolution s'effectue alors en deux étapes.

— Initialisation

- a) On fixe le potentiel des points de \mathcal{F} à la valeur imposée physiquement (bords et électrodes).
- b) On donne aux points de potentiel inconnu, donc appartenant à $\mathcal{P} \setminus \mathcal{F}$, une valeur arbitraire $V_0(i, j)$, en général nulle.

— Itérations

On calcule une nouvelle valeur $V_1(i, j)$ des potentiels en appliquant l'équation (2) pour tous les points de $\mathcal{P} \setminus \mathcal{F}$, tandis que $V_1(i, j) = V_0(i, j)$ pour les points de \mathcal{F} .

Le processus est répété jusqu'à obtenir des valeurs du potentiel quasiment stables. En notant k le nombre d'itérations, on a donc pour le point de coordonnées (i, j) n'appartenant pas à la frontière :

$$V_{k+1}(i, j) = \frac{1}{4}(V_k(i+1, j) + V_k(i-1, j) + V_k(i, j+1) + V_k(i, j-1) + \rho''(i, j)). \quad (3)$$

La convergence de la méthode est vérifiée à l'aide du critère de convergence e_k , défini par :

$$e_k = \sqrt{\frac{1}{N^2} \sum_{i,j} (V_{k+1}(i, j) - V_k(i, j))^2}. \quad (4)$$

Le calcul sera stoppé au bout de k itérations, quand e_k deviendra inférieur à un seuil de convergence ε fixé arbitrairement.

Implémentation informatique

On va utiliser la bibliothèque `numpy` permettant une utilisation simple des tableaux de flottants à deux dimensions ; un aide-mémoire est disponible en fin de problème

Le chargement des bibliothèques classiques est assuré par les lignes suivantes :

```
# importation des bibliothèques
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math
```

On supposera que les tableaux `numpy` suivants, utilisés comme arguments dans les fonctions à définir dans les questions qui suivent, ont pour signification :

- `V[i, j]`, $(i, j) \in \llbracket 0 \dots N \rrbracket^2$: tableau courant du potentiel en un point de \mathcal{P} ,
- `rhos[i, j]`, $(i, j) \in \llbracket 0 \dots N \rrbracket^2$: tableau contenant la densité de charge ρ'' en un point de \mathcal{P} ,
- `frontiere[i, j]`, $(i, j) \in \llbracket 0 \dots N \rrbracket^2$: tableau de booléens indiquant si le point de coordonnées (i, j) appartient ou non à \mathcal{F} . En particulier, tous les points du bord du domaine seront tels que `frontiere[i, j]==True`.

- Q6.** Écrire la fonction `nouveau_potentiel(V, rhos, frontiere, i, j)` retournant la nouvelle valeur du potentiel au point $(i, j) \in \llbracket 0 \dots N \rrbracket^2$ selon l'équation (3).
- Q7.** Montrer que pour modifier toutes les valeurs contenues dans `V[i, j]` pendant une itération, il est nécessaire de disposer d'une copie de ce tableau.

On rappelle que l'attribut `shape` permet de récupérer les dimensions d'un tableau `numpy`.

- Q8.** Écrire la fonction `itere_J(V, rhos, frontiere)` modifiant la totalité du tableau `V[i, j]` lors d'une seule itération et retournant l'erreur calculée conformément à l'équation (4).
- Q9.** Écrire la fonction `poisson(f_iter, V, rhos, frontiere, eps)` ayant pour premier argument une fonction du même type que celle définie à la question précédente, pour dernier argument `eps` le seuil arbitraire de convergence ε et dont le rôle est de modifier le tableau des potentiels `V[i, j]` jusqu'à convergence.

I.5 - Améliorations

Méthode de Gauss-Seidel

C'est une modification de la méthode de Jacobi, pour laquelle on montre que la convergence est légèrement plus rapide. Supposons que l'on balaye le tableau des potentiels selon les indices i et j croissants : dans ces conditions, les points situés à gauche et en dessous du point courant ont déjà été calculés. On va utiliser ces nouvelles valeurs, probablement plus proches de la solution, dans la formule permettant le calcul de $V_{k+1}(i, j)$. Ceci donne l'algorithme de Gauss-Seidel :

$$V_{k+1}(i, j) = \frac{1}{4}(V_k(i+1, j) + V_{k+1}(i-1, j) + V_k(i, j+1) + V_{k+1}(i, j-1) + \rho''(i, j)). \quad (5)$$

- Q10.** Montrer qu'il n'est plus nécessaire de copier le tableau `V[i, j]` pour la mise à jour lors d'une itération en utilisant l'équation (5). Faut-il modifier la fonction `nouveau_potentiel` pour passer de la méthode de Jacobi à celle de Gauss-Seidel ?
- Q11.** Écrire la fonction `itere_GS(V, rhos, frontiere)` modifiant la totalité du tableau `V[i, j]` lors d'une seule itération et retournant l'erreur calculée conformément à l'équation (4).

Méthode de Gauss-Seidel adaptative

Les méthodes de Jacobi et de Gauss-Seidel n'utilisent pas la valeur de $V_k(i, j)$ pour calculer $V_{k+1}(i, j)$. La méthode de sur-relaxation (*Successive Over Relaxation method*) consiste à calculer la nouvelle valeur d'un nœud comme une combinaison linéaire de la valeur courante et de celle donnée par le schéma de Gauss-Seidel. En introduisant le paramètre de relaxation ω , on a alors :

$$V_{k+1}(i, j) = (1 - \omega)V_k(i, j) + \frac{\omega}{4}(V_k(i+1, j) + V_{k+1}(i-1, j) + V_k(i, j+1) + V_{k+1}(i, j-1) + \rho''(i, j)). \quad (6)$$

L'étude mathématique de cette relation permet de montrer les résultats suivants :

- la méthode converge uniquement si $0 < \omega < 2$ et elle converge plus rapidement que la méthode de Gauss-Seidel si $1 < \omega < 2$,
- il existe une valeur optimale de ω qui permet la convergence avec un nombre d'itérations en $O(N)$ pour une valeur de ε fixée.

Pour la résolution de l'équation de Poisson envisagée dans ce problème (conditions de Dirichlet sur un maillage carré), on montre que la valeur optimale ω_{opt} est :

$$\omega_{\text{opt}} = \frac{2}{1 + \pi/N}. \quad (7)$$

- Q12.** Écrire la fonction `nouveau_potentiel_SOR(V, rhos, frontiere, i, j, omega)` retournant la nouvelle valeur du potentiel au point (i, j) selon l'équation (6).
- Q13.** Écrire la fonction `itere_SOR(V, rhos, frontiere)` optimale modifiant la totalité du tableau `V[i, j]` lors d'une seule itération et retournant l'erreur calculée conformément à l'équation (4).

La résolution du problème peut alors se faire par un appel de la forme

```
poisson(itere_SOR, V, rhos, frontiere, eps),
```

les tableaux carrés V , $rhos$, $frontiere$ étant de dimensions convenables pour représenter un maillage comportant $(N + 1)^2$ nœuds.

Q14. Quelle est la complexité temporelle de l'appel précédent quand $\omega = \omega_{opt}$?

La **figure 2** représente, pour $\varepsilon = 10^{-4}$, la durée d'exécution T (en secondes) en fonction de N .

Cette courbe est-elle en accord avec la complexité temporelle attendue ?

Quelle serait la durée d'exécution pour $N = 1\,000$? Commenter.

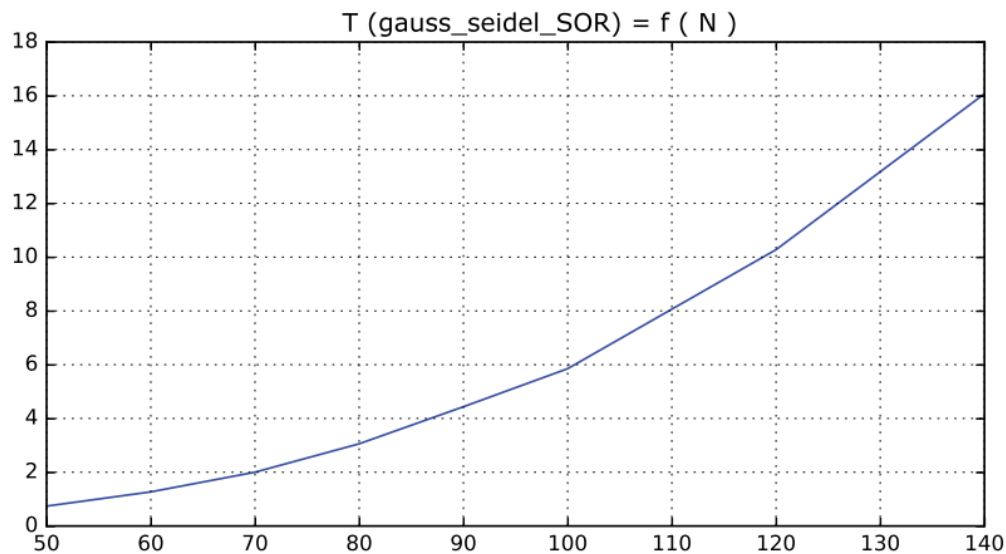


Figure 2 – Durée d'exécution (en secondes) de `poisson(itere_SOR, V, rhos, frontiere, eps)` en fonction de N

I.6 - Détermination du champ électrique

Connaissant le potentiel $V[i, j]$, il est souvent nécessaire de calculer numériquement les composantes E_x et E_y du champ électrique au niveau des nœuds du maillage, qui sont alors conservées dans deux tableaux Ex et Ey dimensionnés correctement (ce sont donc des tableaux carrés de $(N + 1)^2$ éléments).

Q15. Expliquer rapidement comment il serait possible de définir la fonction `calc_ExEy(Ex, Ey, V, h)`, permettant, à partir du tableau V et du pas du maillage h , le remplissage des deux tableaux Ex et Ey passés en arguments.

Remarque : on ne demande pas d'écrire le code de la fonction, juste de décrire précisément les étapes de calcul, ainsi que les différents cas à considérer.

Aide-mémoire numpy/matplotlib/pyplot

Importation des bibliothèques

Les bibliothèques sont importées de la façon suivante :

```
import math
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

Manipulation des tableaux numpy

La création d'un tableau numpy à deux dimensions dont toutes les valeurs sont initialisées à 0 est faite par l'instruction `np.zeros(format)`, `format` étant un doublet de la forme `(n_lignes , n_colonnes)` :

```
>> t0=np.zeros((2,3)); print(t0)
[[ 0.  0.  0.]
 [ 0.  0.  0.]
```

Pour avoir un tableau rempli de 1, on utilise `np.ones(format)` :

```
>> t1=np.ones((2,2)); print(t1)
[[ 1.  1.]
 [ 1.  1.]
```

On peut récupérer le format d'un tableau en demandant son attribut `shape`, ce qui retourne un doublet :

```
>> print(t0.shape); print(t1.shape)
(2, 3)
(2, 2)
```

Dans le cas d'un tableau carré, on peut donc récupérer le nombre de lignes, égal au nombre de colonnes, en accédant au premier élément du doublet :

```
>> t1.shape[0]
2
```

On peut créer un tableau numpy de booléens en ajoutant le type `bool`. La valeur 0 est associée à `False`, la valeur 1 à `True` :

```
>> np.zeros((2,3), bool)
[[False False False]
 [False False False]]
>> np.ones((2,3), bool)
[[ True True True]
 [ True True True]]
```

L'accès à un élément du tableau `a` (en lecture ou en modification) se fait par `a[i, j]`, les lignes et les colonnes étant numérotées à partir de 0 :

```
>> a=np.zeros((2,3)) ; a[0,0]=1 ; a[1,2]=2
>> a
[[ 1.  0.  0.]
 [ 0.  0.  2.]
```

Une copie indépendante d'un tableau `a` se fait à l'aide de `np.copy(a)`

```
>> b = np.copy(a) ; b[0,0]=3 ; b[1,1]=5
>> a
[[ 1.  0.  0.]
 [ 0.  0.  2.]
>> b
[[ 3.  0.  0.]
 [ 0.  5.  2.]
```

Problème 2 MOTEUR DE MAQUETTE D'AVION

Remarques préliminaires importantes : il est rappelé que

- les explications des phénomènes étudiés interviennent dans la notation au même titre que les développements analytiques et les applications numériques ; les résultats exprimés sans unité ne seront pas comptabilisés ;
- tout au long de l'énoncé, les paragraphes en italiques ont pour objet d'aider à la compréhension du problème ;
- les schémas relatifs au moteur sont rassemblés à la fin de l'énoncé.

La majorité des moteurs utilisés en modélisme et en robotique amateur sont des moteurs à courant continu à aimant permanent qui transforment l'énergie électrique fournie par les accumulateurs en énergie mécanique. Nous nous intéresserons, dans le problème qui suit, à la mise en mouvement de l'hélice d'un modèle réduit d'avion.

Tous les composants électroniques sont supposés parfaits. Lorsqu'un composant est utilisé en commutation (diode ou thyristor), le passage d'un état à l'autre s'effectue de façon instantanée. La résistance des fils de conduction électrique est nulle.

A / LE MOTEUR ÉLECTRIQUE A COURANT CONTINU

L'hélice est entraînée par un moteur à courant continu à aimant permanent (noté M.C.C.) possédant, au point nominal de fonctionnement, les caractéristiques suivantes :

- tension nominale d'induit : $U_{nom} = 12 \text{ V}$,
- intensité du courant dans l'induit : $I_{nom} = 2,50 \text{ A}$,
- vitesse de rotation : $N_{nom} = 3000 \text{ tr.min}^{-1}$.

Le rotor ou induit du M.C.C. (figure 1) est constitué de n spires rectangulaires enroulées sur un cylindre de rayon a et de longueur b . L'ensemble tourne à la vitesse angulaire Ω autour de son axe zz' (figure 2) en restant dans l'entrefer d'un aimant permanent (**stator** ou **inducteur**) – réalisé à partir d'un alliage cobalt-samarium – qui crée un champ magnétique radial $\vec{B} = B_r \vec{e}_r$ dont la composante B_r est représentée sur la figure 3. Les spires sont connectées à l'extérieur par le système balai-collecteur en restant dans la configuration de la figure 2.

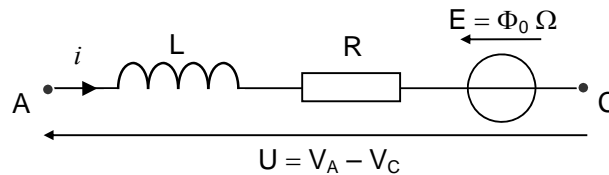
Le rotor est équilibré pour minimiser les vibrations. Le moment d'inertie de l'ensemble ramené sur l'axe du moteur est $J = 10^{-5} \text{ kg.m}^2$. Lors de sa rotation, le cylindre est soumis à une force de frottement fluide, de couple : $\vec{C}_f = -\beta \vec{\Omega} = -\beta \Omega \vec{e}_z$ (avec $\beta = +10^{-5} \text{ kg.m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et Ω étant la vitesse de rotation du rotor).

L'induit possède une résistance $R = 0,24 \Omega$ et une inductance L supposées constantes. Un générateur de tension constante $V_A - V_C = U$ (avec $U > 0$) alimente le moteur. A l'instant t , la branche MN est située dans l'intervalle $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ et la branche PQ dans l'intervalle $\pi/2 < \theta < 3\pi/2$.

A1. Etablir l'expression des forces de Laplace exercées sur les branches MN et PQ d'une spire, puis exprimer le moment du couple des forces électromagnétiques sur les n spires sous la forme $\vec{C}_{em} = C_{em} \vec{e}_z = i \Phi_0 \vec{e}_z$, i étant l'intensité du courant dans l'induit. Pourquoi ce calcul n'est-il en réalité pas légitime pour un rotor ferromagnétique ? On gardera cependant la relation de la forme $\vec{C}_{em} = C_{em} \vec{e}_z = i \Phi_0 \vec{e}_z$.

A2. Rappeler le lien existant entre la puissance fournie au rotor par \vec{C}_{em} et la puissance fournie par la force électromotrice e induite dans le rotor. En déduire l'expression de la force contre-électromotrice $E = \Phi_0 \Omega$.

A3. Le schéma électrique équivalent de l'induit en régime dynamique est proposé ci-dessous :



En déduire l'équation électrique reliant les grandeurs E , U , R , L et i .

A4. Ecrire l'équation mécanique reliant J , $\vec{\Omega}$, le moment du couple utile $\vec{C}_u = -C_u \vec{e}_z$ (avec $C_u > 0$ et supposé constant), imposé au moteur lorsqu'il entraîne la charge mécanique, les moments du couple de frottement \vec{C}_f et du couple électromagnétique \vec{C}_{em} .

En déduire la projection de cette équation mécanique suivant l'axe \vec{e}_z .

A5. Expliquer qualitativement comment freiner le moteur. Quel est le comportement du moteur lorsqu'il tourne en roue libre, c'est-à-dire non alimenté ?

Fonctionnement en régime nominal $U_{nom} = 12 \text{ V}$, $I_{nom} = 2,50 \text{ A}$, $N_{nom} = 3000 \text{ tr.min}^{-1}$

A6. Calculer la valeur de la force électromotrice du moteur E ; en déduire la constante Φ_0 et préciser son unité.

A7. En négligeant la chute de tension aux bornes de la bobine, déduire des équations mécanique et électrique couplées, l'équation différentielle vérifiée par la vitesse angulaire Ω en utilisant Φ_0 , β , C_u , J , R et U . Déterminer le temps τ caractéristique de la "mise en vitesse" du moteur. Exprimer la vitesse angulaire limite Ω_{lim} . Combien de temps est-il nécessaire pour atteindre cette vitesse à 1 % près ?

A8. Calculer le moment du couple utile C_u en régime nominal. Quel est le courant i_d dans l'induit au démarrage, si la tension d'induit est égale à la tension nominale ? Commenter.

| Quelle est, au démarrage, la tension minimale U_{dmin} nécessaire pour entraîner le moteur ?

B / COMMANDE DU M.C.C. PAR UN HACHEUR

Le moteur est alimenté par un hacheur, la tension et le courant d'induit ne sont plus constants ; $u(t) = v_A(t) - v_C(t)$ et $i(t)$ sont des fonctions périodiques du temps. Leurs valeurs moyennes respectives sont notées $\langle u(t) \rangle$ et $\langle i(t) \rangle$. On prendra $\Phi_0 = 3,6 \cdot 10^{-2} \text{ S.I.}$ dans la suite.

L'hélice tourne à vitesse constante. L'induit du M.C.C. représenté figure 4 est alimenté par l'intermédiaire d'un hacheur série connecté à une source de tension idéale de valeur $U_0 = 12 \text{ V}$.

L'interrupteur électronique H_1 est commandé de manière périodique à la période T_{H1} par un signal rectangulaire ou créneau de rapport cyclique α et de fréquence de hachage $f_{H1} = 2 \text{ kHz}$ généré par un circuit non représenté :

- l'interrupteur H_1 est fermé entre les instants 0 et αT_{H1} ,
- l'interrupteur H_1 est ouvert entre les instants αT_{H1} et T_{H1} ,
- à l'état passant, la diode D_1 est assimilée à un interrupteur fermé,
- à l'état bloqué, elle est assimilée à un interrupteur ouvert.

Le rapport cyclique est réglé à $\alpha = 0,6$.

- B1.** Montrer qu'un interrupteur idéal ne consomme pas de puissance et que les interrupteurs H_1 et D_1 ne peuvent être ni fermés, ni ouverts simultanément.
- B2.** Quel est le rôle de la diode D_1 dite "de roue libre" ?
- B3.** Représenter sur deux périodes le chronogramme de la tension $u(t)$, c'est-à-dire son évolution au cours du temps. Préciser sur le graphe l'amplitude de $u(t)$ et les instants αT_{H1} et T_{H1} .
- B4.** La différence de potentiel aux bornes de la résistance de l'induit est négligée. Calculer la valeur moyenne $\langle u(t) \rangle$ de la tension $u(t)$. En déduire la force électromotrice E et la vitesse de rotation Ω de l'induit en tr.min^{-1} . Montrer que la vitesse de rotation Ω du moteur est proportionnelle au rapport cyclique α . Calculer la valeur de Ω pour $\alpha = 0,6$.
- B5.** Justifier l'évolution au cours du temps de l'intensité du courant $i(t)$ représentée sur le graphe figure 5. Etablir l'expression de l'ondulation du courant $\Delta I = I_{\max} - I_{\min}$ en fonction de U_0 , L , α et T_{H1} . Pourquoi est-il intéressant de diminuer l'ondulation du courant ? Préciser le rôle d'une bobine supplémentaire de lissage qui peut être placée en série avec le moteur. A partir du graphe, calculer l'inductance L de l'induit.
- B6.** Déterminer la valeur moyenne $\langle i(t) \rangle$ de l'intensité du courant. Vérifier que la chute de tension aux bornes de R est négligeable. Expliquer l'intérêt du courant moyen (et de la tension moyenne) pour un moteur à courant continu.

C / RÉALISATION DES SIGNAUX DE COMMANDE DU HACHEUR

Un générateur de tension est représenté sur la figure 6. Il comporte un condensateur de capacité C_1 et un interrupteur électronique H_2 commandé par de brèves impulsions périodiques de période T_{H2} :

- à $t = 0$, l'interrupteur idéal H_2 se ferme pendant un bref instant sur une première impulsion,
- il est ensuite ouvert pendant la durée T_{H2} jusqu'à l'impulsion suivante.

$$U_{\text{SAT}} = 12 \text{ V} \quad ; \quad R_1 = 1 \text{ k}\Omega \quad ; \quad C_1 = 1 \text{ }\mu\text{F} \quad ; \quad T_{H2} = 0,5 \text{ ms.}$$

- C1.** Exprimer l'intensité du courant I . Quelle est la fonction de l'AO₁ dans le circuit électronique ? Préciser le rôle de l'AO₂ et de l'AO₃.
- C2.** Déterminer la tension $u_{C1}(t)$ dans l'intervalle de temps $[0, T_{H2}]$ en fonction de U_{SAT} , R_1 , C_1 et t . Représenter le chronogramme $u_{C1}(t)$ sur deux périodes. Préciser la valeur maximale U_{CMAX} et la période de $u_{C1}(t)$.
- C3.** Quelle est la fonction de l'AO₄ ? En déduire la tension $u_0(t)$ appliquée à l'entrée inverseuse de l'amplificateur opérationnel AO₅.
- C4.** Expliquer le rôle de l'AO₅ et tracer le chronogramme $u_1(t)$ sur deux périodes pour une tension de consigne V_{CONS} réglable entre 0 et U_{CMAX} .

Conclusion :

- C5.** Exprimer le rapport cyclique α du signal obtenu en fonction de V_{CONS} , U_{SAT} , T_{H2} , R_1 et C_1 . Montrer que V_{CONS} permet le contrôle de la vitesse de rotation Ω du moteur. Pour quelle valeur de V_{CONS} obtient-on un rapport cyclique de 0,6 pour le signal $u_1(t)$? A quelle vitesse de rotation du moteur (exprimée en tr.min^{-1}) cette valeur correspond-elle ?

ANNEXE

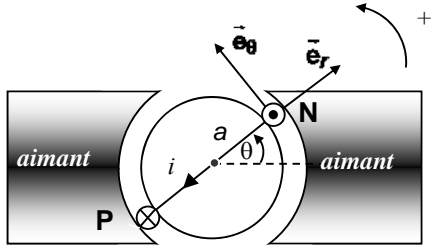


Figure 1

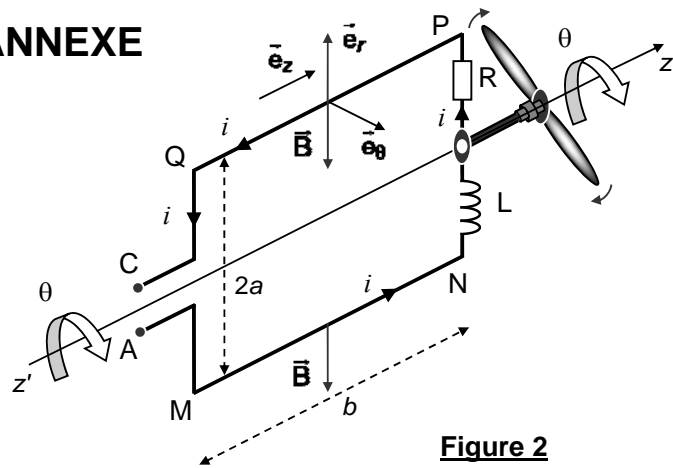


Figure 2

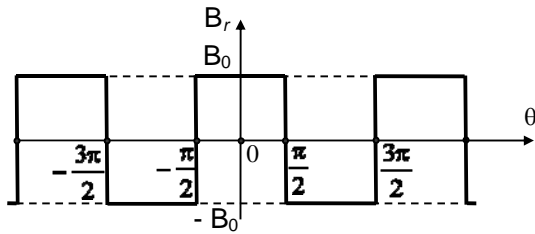


Figure 3

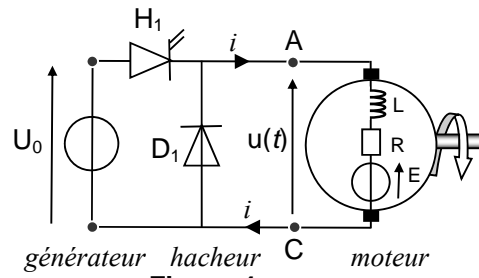


Figure 4

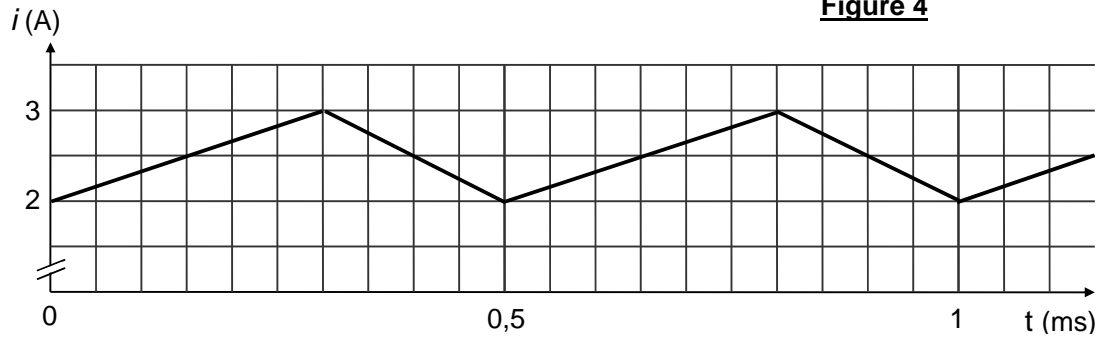


Figure 5

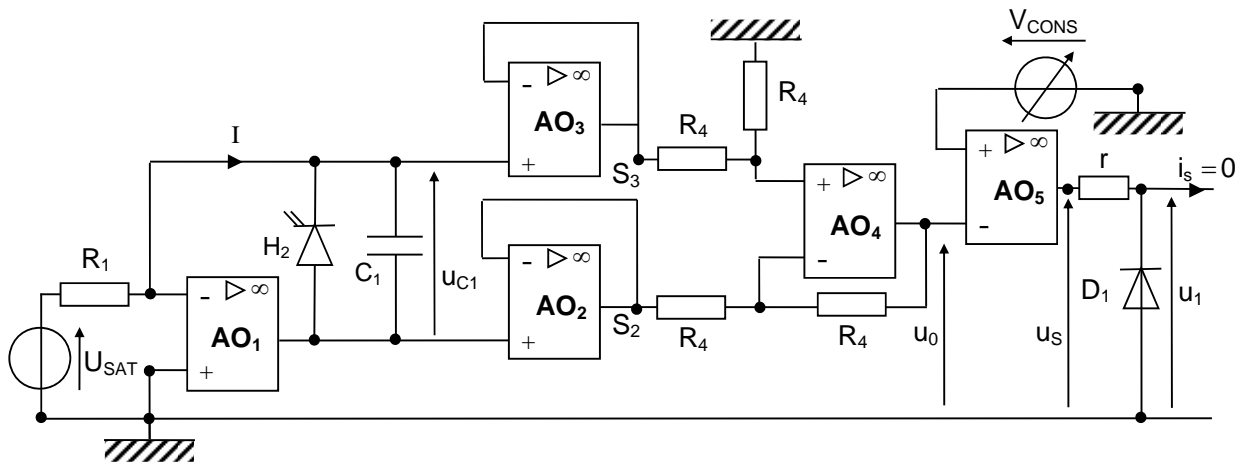


Figure 6