

```

# -*- coding: utf-8 -*-

# ===== #
# ===== #
# ALGÈBRE LINEAIRE TD Exercice 1 #
# Factorisation de Cholesky      #
# MARS 2015                       #
# ===== #
# ===== #

# N'importons de numpy que ce dont nous avons réellement besoin !
from numpy import array, zeros
from numpy.linalg import det, cholesky

def Cholesky(M):
    n = M.shape[0]
    # 1ère étape : M est-elle bien SDP ?
    # Méthode de Sylvester.
    for k in range(n):
        if det(M[:k+1,:k+1]) <= 0:
            return('Votre matrice n\'est pas définie positive !')
    # M est bien SDP, on la factorise
    L = zeros((n,n))
    L[0,0] = M[0,0]**0.5
    if n != 1:
        # 1ère colonne (d'indice 0)
        for i in range(1,n):
            L[i,0] = M[i,0] / L[0,0]
        # Les autres colonnes... (d'indice k variant de 1 à n-1)
        for k in range(1,n):
            # coeff sur la diagonale principale
            s = M[k,k]
            for j in range(k):
                s -= L[k,j]**2
            L[k,k] = s**0.5
            # coeffs sous la diagonale principale (il y en a si k < n-1)
            if k < n-1:
                for i in range(k,n):
                    s = M[i,k]
                    for j in range(k):
                        s -= L[k,j] * L[i,j]
                    L[i,k] = s / L[k,k]
    return(L)

# ===== #
# PROGRAMME PRINCIPAL
# ===== #

# La matrice à factoriser
# ===== #

# Exemple 1 : une matrice tridiagonale
# M = array([[2,-1,0,0,0],[-1,2,-1,0,0],[0,-1,2,-1,0],[0,0,-1,2,-1],[0,0,0,-1,2]])

# Exemple 2 : une petite matrice ...
# M = array([[4,1,1],[1,4,1],[1,1,4]])

# Exemple 3 : une petite matrice ... qui n'est pas SDP
# M = array([[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]])

# Exemple 4 : avec des entiers
# M = array([[1,1,1,1],[1,2,2,2],[1,2,3,3],[1,2,3,4]])

# Exemple 5 : généralisation de l'exemple 1
n = 6
M = zeros((n,n))
for i in range(n):
    M[i,i] = 2
for i in range(n-1):
    M[i+1,i], M[i,i+1] = -1, -1

print(M)

# Appel de la fonction Cholesky
# ===== #
print(Cholesky(M))

```

```
# Vérification avec la fonction cholesky de numpy.linalg
print(cholesky(M))

# =====
# FIN DU PROGRAMME
# =====
```