

Olympiades de mathématiques

2007 – COMMUN – Exercice 2

Le but de cet exercice est de déterminer les trapèzes rectangles qui sous certaines conditions de distances et d'angles, sont partagés en deux trapèzes de même aire par une parallèle donnée à leur base.

1°) Question préliminaire

Existe-t-il un couple d'entiers naturels (m, p) tel que : $m^2 - p^2 = 8$?

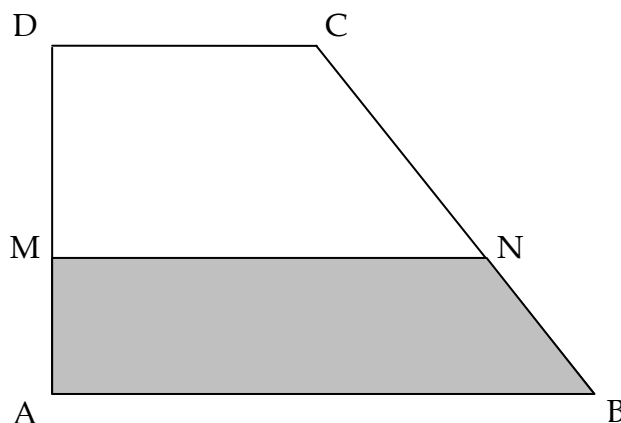
En existe-t-il plusieurs ?

(Le résultat de cette question peut être exploité dans la suite de l'exercice, selon la méthode utilisée pour la traiter)

2°) On considère les trapèzes rectangles ABCD de bases [AB] et [CD] tels que :

- $\widehat{ABC} = 45^\circ$;
- Les distances AB, AD et CD sont des nombres entiers et $AD > 2$.

Soit M le point du segment [AD] tel que $AM = 2$.



Déterminer les distances AB, AD et CD de sorte que les aires des trapèzes MNBA et MNCD soient égales.

Indication : on pourra faire apparaître sur la figure des triangles isocèles.