

# Concours général de mathématiques

2005

## Exercice 2 – Sujet

Soit  $f : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction numérique définie et continue sur l'intervalle  $[0,1]$ .

On suppose que  $f(0) = f(1) = 0$  et que pour tout  $x$  réel de l'intervalle  $\left[0, \frac{7}{10}\right]$ ,

$$f\left(x + \frac{3}{10}\right) \neq f(x).$$

1. Démontrer que l'équation  $f(x) = 0$  a au moins sept solutions sur  $[0,1]$  ;
2. Donner un exemple de fonction  $f$  vérifiant les hypothèses ; on pourra se contenter d'une représentation graphique claire.